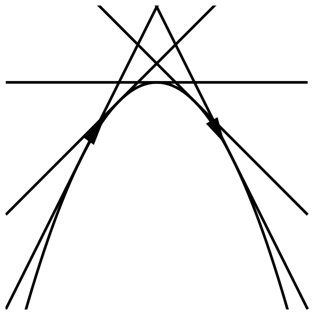
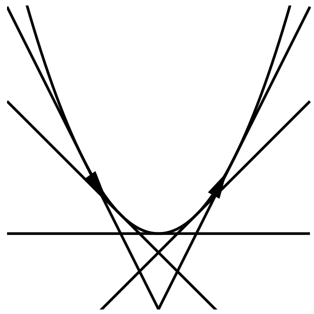
$f(x)$ の 2 次導関数 $f''(x)$って何を表すのでしょうか。基本的に $f''(x)=0$ となる点をそのグラフの変曲点といいます。$f'(x)$ が関数 $f(x)$ の増減を表します。ということは $f''(x)$ は $f'(x)$ の増減を表すということとして捉えておかしくはないでしょう。ここで $f'(x)$ は接線の傾きを表す変数です。下の左の図のように接線の傾きが矢印の方向に小さくなっています。すなわち $f''(x)$ の値が減少しているときは, グラフは上に凸になっています。同様に右の図では接線の傾きが矢印の方向に大きくなっています。すなわち $f''(x)$ の値が増加しているときは, グラフは下に凸になっています。ちょうど車で言うと S 字カーブをドリフトしているようなものでしょうか。変曲点はその S 字カーブでハンドルを切り替えるポイントのようなもの？じゃないでしょうか。



接線の傾きが小さくなっていっている



接線の傾きが大きくなっている

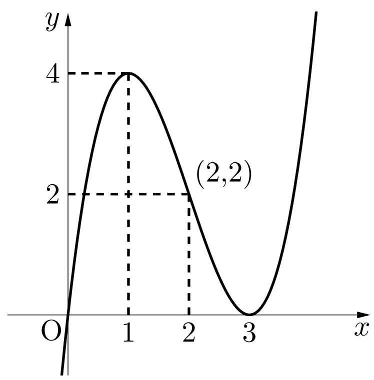
三次関数 $f(x)=x^3-6x^2+9x$ のグラフの増減表と変曲点を書いてみました。

$$f(x)=x(x-3)^2$$

$$f'(x)=3x^2-12x+9=3(x-1)(x-3)$$

$$f''(x)=6x-12=6(x-2)$$

x	$\cdots$	1	$\cdots$	2	$\cdots$	3	$\cdots$
$f'(x)$	$+$	0	$-$		$-$	0	$+$
$f''(x)$	$-$		$-$	0	$+$		$+$
$f(x)$	$\nearrow$	極大	$\searrow$	変曲点	$\searrow$	極小	$\nearrow$



また, 変曲点における接線はグラフを突き抜けます。以下また書くかも $\cdots$