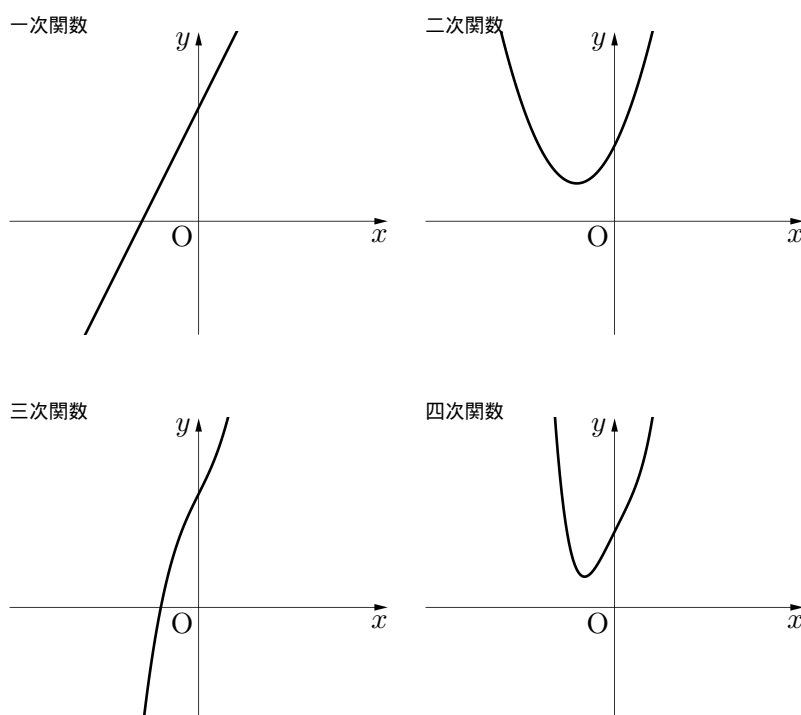


関数 $f(x)$ が最高次数が奇数の関数で係数が実数ならば、少なくとも一つは実数解をもつ。このことは、微積分でこの性質を使って解法するときがあります。実際どうなのでしょう。



このように、最高次数が偶数では x 軸との交点が存在しない場合が出てきます。ここで、確認ですが、関数 $f(x)$ が x 軸との交点をもつということは、 $f(x) = 0$ となる x が存在するという事です。ここでは、最高次数が奇数なら $f(x) = 0$ となる x が最低一つは存在するという確認です。

ここで、

$$f(x) = ax^{2n-1} + bx^{2n-2} + cx^{2n-3} + \dots + zx^0 \quad (a > 0, n \text{ は自然数})$$

と置くとき、

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$$

である。またグラフは連続関数であるから、中間値の定理より $f(x) = 0$ となる x が少なくとも一つは存在することが分かる。

ちなみに、最高次数が偶数なら、

$$f(x) = ax^{2n} + bx^{2n-1} + cx^{2n-2} + \dots + zx^0 \quad (a > 0, n \text{ は自然数})$$

と置くとき、

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \infty$$

となり、 $f(x) < 0$ となる x を確認できない。

以上より最高次数が奇数の関数で、係数が実数ならば、少なくとも一つの実数解をもつ。