

二重根号のなぜ

例えば、二重根号 $\sqrt{5+2\sqrt{6}}$ をはずしなさい。とあった場合、答えはなぜ $\sqrt{3}+\sqrt{2}$ になるのでしょうか。逆を考えながら説明してみましょう。

逆というのは、

$\sqrt{3}+\sqrt{2}$ を二重根号で表わしてみようということです。つまり、こうです。

$$\begin{aligned}\sqrt{3}+\sqrt{2} &= \sqrt{(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2} \\ &= \sqrt{(3+2\sqrt{3}\times 2+2)} \\ &= \sqrt{(3+2+2\sqrt{3}\times 2)} \cdots \textcircled{1} \\ &= \sqrt{5+2\sqrt{6}} \cdots \textcircled{2}\end{aligned}$$

ここでポイントなのは①と問題の②の関係です。5は2数の和で構成され $2\sqrt{6}$ の2は2倍を意味し、 $\sqrt{\quad}$ 中の6はその2数の積で与られます。したがって、その数は3と2であることがわかる。つまり、

$$\begin{aligned}\sqrt{5+2\sqrt{6}} &= \sqrt{(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2} \\ &= \sqrt{3}+\sqrt{2}\end{aligned}$$

ちなみに引き算の場合の二重根号の方が重要で、

$$\begin{aligned}\sqrt{5-2\sqrt{6}} &\neq \sqrt{2}-\sqrt{3} \text{ で、} \\ \sqrt{5-2\sqrt{6}} &= \sqrt{3}-\sqrt{2} \text{ である。}\end{aligned}$$

これはどうしてか、それは考えてみましょう。

では。