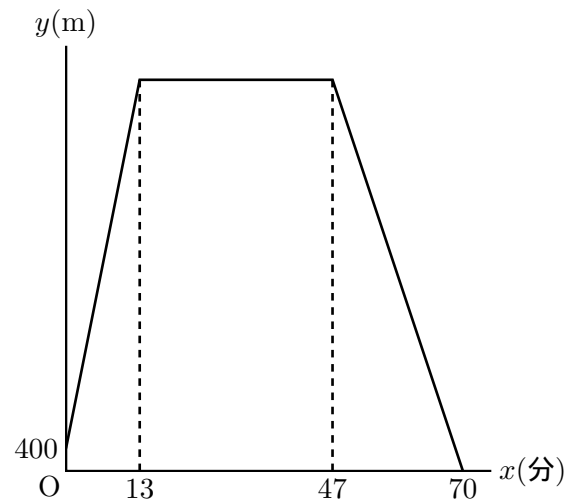


右のグラフは、ある旅客機が A 空港を離陸してからの時間 x (分) と、旅客機の海面からの高さ y (m) の関係を表わしたものである。

この旅客機は、海面からの高さが 400 m である A 空港を離陸後、毎分 500 m の割合で上昇し、離陸してから 13 分後に水平飛行に移った。水平飛行を 34 分続けた後、一定の割合で下降し、離陸してから 70 分後に、海面からの高さが 0 m である B 空港に着陸した。

このとき、次の問い (1) ~ (3) に答えよ。



- (1) 旅客機が A 空港を離陸してから水平飛行に移るまでの y を x の式で表わせ。また、旅客機が水平飛行に移ったときの、旅客機の海面からの高さを求めよ。
- (2) 旅客機が水平飛行を終えてから B 空港に着陸するまでに、毎分何 m の割合で下降したか求めよ。
- (3) 旅客機が A 空港を離陸してから B 空港に着陸するまでに、旅客機の海面からの高さが 3900 m になるときが 2 回あるが、それは離陸してから何分後と何分後か、それぞれ求めよ。

〔京都〕

このような直線で結ばれたグラフの問題を、総じて一次関数の利用問題という。さて、この手の問題の苦手とするゆえんは、何がどうなっているのか。それが見えてこないのが基本あると思います。何が傾きで、どこに切片がくるのかなどです。

ただ、基本的な決まりごとはあるので、それを見ていきましょう。

最初にこれは抑えておかないと解けない。それは、 x が何で y が何を表わしているかです。ただ、これは問題文に必ず書いてあります。ここでは問題文より x は分という単位の時間を表わし、 y は m という単位の距離を表わしていることを、確認しておきましょう。

では、問題文に海面からの高さが 400 m のとあります。グラフを見るとそれが y 軸との切片になっています。即ち、スタート地点が切片 400、(0, 400) という座標です。

次に肝心なのは、これも問題文に、毎分 500 m の割合で上昇しとあります。これは何を意味するのかといいますが、1 分増えれば 500 m 増えます。数学の用語を使えば、 x の増加量が 1 のとき、 y の増加量は 500 という意味です。結論として傾きは

$$\text{傾き} = \frac{y \text{ の増加量}}{x \text{ の増加量}} = \frac{500}{1} = 500$$

となります。

単純に速さが傾きと覚えていいです。しかし、傾きはあくまで、1 分あたり (1 時間あたりや 1 秒あたりなどの 1 あたり) に増える量という具合に覚えておかないと、失敗してしまうかもしれませんので、ご注意ください。(1) ではそれを式にしなさいということなので、傾きが 500、切片が 400 なので、

$$y = 500x + 400$$

となります。旅客機が水平飛行になるまで、13 分かかっているので、 $500 \times 13 = 6500$ (m) これと、出発地点の 400 m を足して、

$$6500 + 400 = 6900 \text{ m}$$

となり、水平飛行に移ったとき、海面からの高さは 6900 m になる。これで、(1) は完了です。

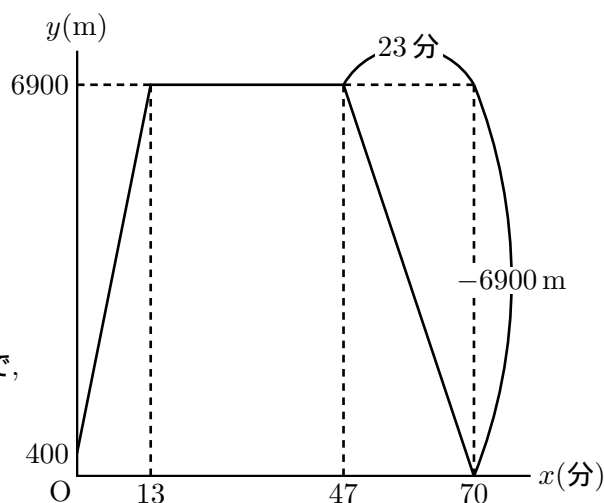
次に (2) ですが、旅客機が水平飛行を終えてから B 空港に着陸するまでに、毎分何 m の割合で降下したかという速さを問う問題です。速さは原理原則に帰って、

$$\text{速さ} = \frac{\text{距離}}{\text{時間}}$$

で OK ですが、グラフから容易に分かります。さっき (1) で傾きが速さっていいましたね。このように、いくら増えていくら減った (増えた) かで、傾きは求まります。この場合、 $70 - 47 = 23$ 分増えて、6900 m 減ったので

$$\text{速さ} = (-6900) \div 23 = -300 \text{ (m/分)}$$

ただし、速さはあくまで絶対値で答えるので、答えとしては毎分 300 m となります。



後で出てきますが -300 というのはグラフの傾きです。
 離陸のときが $+$ (正) の傾きだから、着陸は $-$ (負) の傾きになる。これは、正負の符号が飛行機がどう変化しているかを表わしているだけです。

(3) は何をいっているのかというと、 y の値が 3900 になるのは 2 回ある。その時間は A 空港を離陸してから何分後のことか。求めなさいということです。これを具体的に目に見える形にすると、 $y = 3900$ となるという場所を見つけるといいのですから、 $y = 3900$ というグラフを問題のグラフに書きこみます。

黒丸で記した場所 (2 直線の交点) が 2 つできました。これが求めるに必要な座標です。この座標の x 座標こそが、求める時間となります。

2 つの直線の式は 1 つは A 空港から離陸した時の式。これは (1) で求めています。

$$y = 500x + 400 \cdots (A)$$

です。もう 1 つは、 6900 m の高さでの水平飛行を終えて、B 空港に着陸するときです。この直線の式を求めるのに必要なのは、(2) の速さです。しかし、このときの傾きは負 (マイナス) なので、求める式は $y = -300x + b$ (b は切片) \cdots ① とおけます。この式は $(70, 0)$ を通るので、①に $x = 70, y = 0$ を代入すると、

$$0 = -21000 + b$$

となり、 $b = 21000$ を得る。よって、もう 1 つの直線の式は

$$y = -300x + 21000 \cdots (B)$$

となる。(A), (B) の式で、それぞれ $y = 3900$ とおいて、 x を求める。

$$3900 = 500x + 400$$

$$\text{これを解いて、} x = 7$$

$$3900 = -300x + 21000$$

$$\text{これを解いて、} x = 57$$

以上より、7 分後と 57 分後となる。

