

【EX】関数 $y = 2x^2$ のグラフにおいて、 x の値が -1 から 2 まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

この問題は、中学 2 年生で学んだ変化の割合の考え方と全く同じである。それは次の①の式である。

$$\text{変化の割合} = \frac{y \text{ の増加量}}{x \text{ の増加量}} \dots \text{①}$$

ここでは、 $x = -1$ のとき $y = 2$ 、 $x = 2$ のとき $y = 8$ であるから、

$$\text{変化の割合} = \frac{8 - 2}{2 - (-1)} = 2 \dots \text{(答)}$$

と求めることが可能。これで、ずっと押し通してもよい。ただ、関数 $y = ax^2$ においては、 x の値が p から q まで変化するときの変化の割合は

$$\text{変化の割合} = a(p + q)$$

という公式で得られる。公式を使うと

$$\text{変化の割合} = 2 \times (-1 + 2) = 2 \dots \text{(答)}$$

となる。

また、次のような問題にもこの公式は威力を発揮する。

【EX】関数 $y = ax^2$ において、 x の値が 2 から 3 まで増加するときの変化の割合と、一次関数 $y = 2x + 5$ の変化の割合が等しいとき、 a の値を求めなさい。

この問題で、公式を用いると $y = ax^2$ の変化の割合は

$$a \times (2 + 3) = 5a$$

これが、一次関数の変化の割合である 2 と等しいので、

$$5a = 2$$

となり、 $a = \frac{2}{5}$ (答) が得られる。もちろん、①の式を用いても解ける。

この内容は、関数 $y = ax^2$ のところでよく聞かれる問題なので、公式の理解をきちんとし、問題に解きなれておく必要がある。

この公式は必ずしも覚えておく必要はないが、知っておくと問題が素早く解くことができ、何かと便利である。

公式の証明を知りたい方は、研究テーマにある変化の割合をご覧ください。では、

