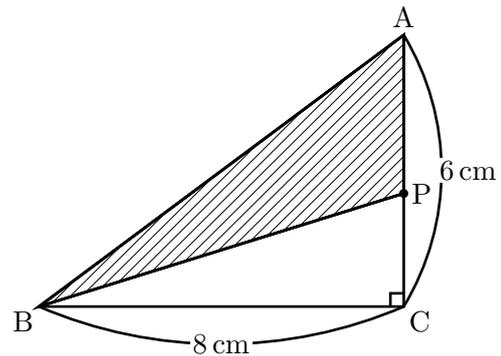


動点はマラソンランナーだと思え

右の図のような直角三角形がある。点Pは点Aを出発して、辺ACを通り、点Cを通過して、辺CB上を点Bまで動くものとする。点Pは点Bについたら停止する。このとき点Pが点Aを出発して $x$ 秒後にできる $\triangle ABP$ の面積を $y\text{cm}^2$ として、次の(1), (2)の問いに答えなさい。ただし、点Pの速度は一定で、毎秒1cmとする。



(1)  $0 \leq x \leq 6$  のとき、 $y$  を  $x$  の式で表せ。

(2)  $6 \leq x \leq 14$  のとき、 $y$  を  $x$  の式で表せ。

こういう問題について、皆さん得手不得手があると考えます。

まず点Pはどのようなものなのか考えると、点Pは点Aを出発して、点Cを通過して点Bに到着すると終わり。

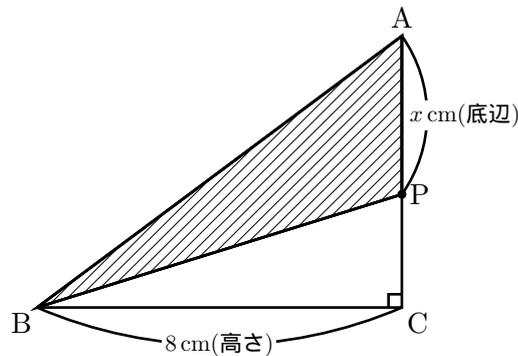
これを言い換えると

点Pさんは、地点Aを出発して地点Cを通り、地点Bでゴールするマラソン選手と考えることができます。つまり点Pさんは合計 $6+8=14\text{cm}$  走ることになるんです。これは後で重要になるのでメモしておきましょう。

これが分かったところで、問題を見ていきます。

まず(1)では点Pさんはスタートして $x\text{cm}$  走ったところにいます。このとき $\triangle ABP$ は底辺がAP(点Pさんが走った距離)、高さがCB( $8\text{cm}$ )となるので、

$$y = x \times 8 \times \frac{1}{2} \text{ よって } y = 4x \text{ .....(答)}$$



次に(2)では、点Pが点Cでコーナーを曲がって、いよいよゴールに向かうときを考える。

点Pが走った距離は黒の太線部であり、その長さはさっきと同じ $x$  cmである。? と思うかもしれないが、 $x$ の値は変域からも分かるように、6以上14以下であり、文字は $x$ と同じだが、とりうる値が全く違うことを頭に入れておきましょう。点Pさんはすでに6 cm 走ってきたのですから。

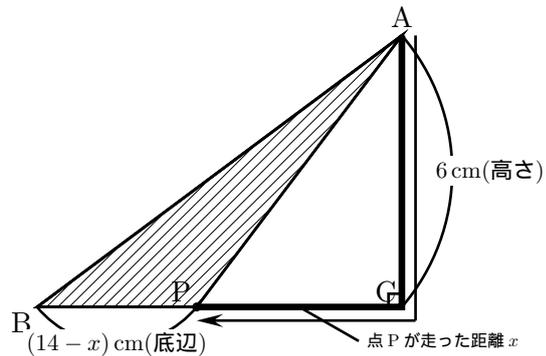
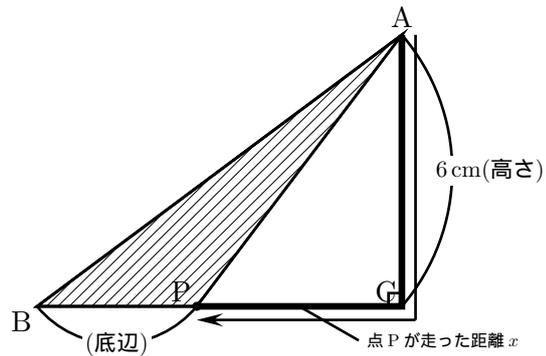
ここで $\triangle ABP$ に目をやると、底辺と高さの関係は、底辺がBP、高さがAC(6 cm)であることに注目する。皆さんが問題に手こずるのは、このBPがどうなるのか理解しにくいところにあるのだが、点Pさんはマラソン選手で、最終コーナー地点Cを曲がり、あと残りBPでゴールするのである。

この残りBPというのは、まさにさっき(1)でメモした全長14 cm(AC+CB)のコースから、点Pさんが走ってきた $x$  cmを引いた残りがBPである。

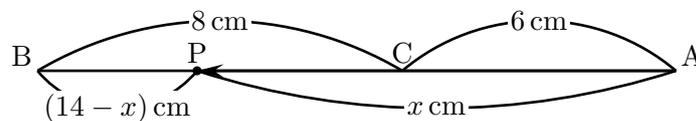
つまり、 $BP = 14 - x$  (cm) である。

したがって、

$$y = (14 - x) \times 6 \times \frac{1}{2} \text{ よって } y = 42 - 3x \text{ .....(答)}$$



図形が折れ曲がって分かりにくいときは、まっすぐ延ばしてみると分かりやすい。以下は全長14 cm(AC+CB)のコースをゴール地点Bに向かって走る点Pさんをイメージしたもの。ただし $6 \leq x \leq 14$



これであなたも動点をマスターできるはずですよ？

〔動点の攻略〕