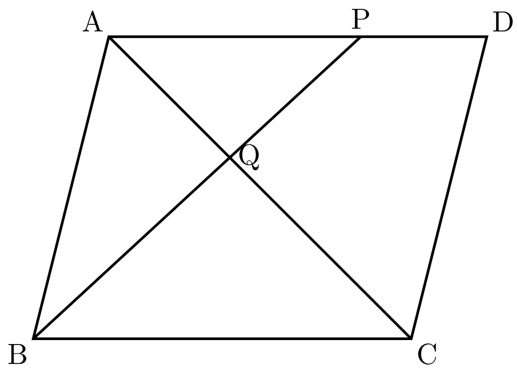
平行四辺形の面積比の問題では, 平行四辺形の面積の半分 (1 つの対角線で区切った三角形) を求めて 2 倍すれば, 平行四辺形の全体の面積が求めることができる。ケースバイケースであるかもしれないが, 半分を求めればいいという意識があるだけでも見方は変わってくる。その典型的な問題を 2 つ解いてみよう。

右の図で, 右の図で四角形 ABCD は平行四辺形で, P は辺 AD を 2 : 1 に分ける点である。線分 PB と線分 AC の交点を Q とするとき, 次の問いに答えなさい。



(1) 四角形 PQCD の面積と平行四辺形 ABCD の面積の比を最も簡単な整数の比で表しなさい。

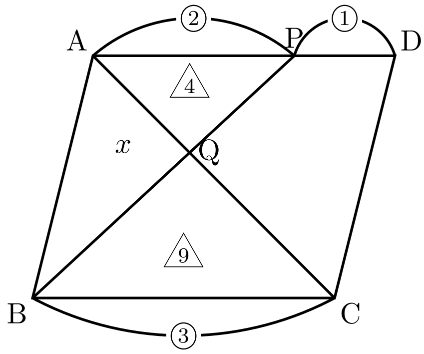
平行四辺形の面積比問題の場合の攻め方は, 相似な図形がある場合は, ケースバイケースであるが, その相似な図形の対応する辺の比を求めて 2 乗することを個人的にはお勧めする。あとは辺の比で面積の割合が求まってしまう。ここでいう求まってしまうのは, 平行四辺形の面積の半分で, それを 2 倍すれば全体は容易に求まる。では解いてみましょう。

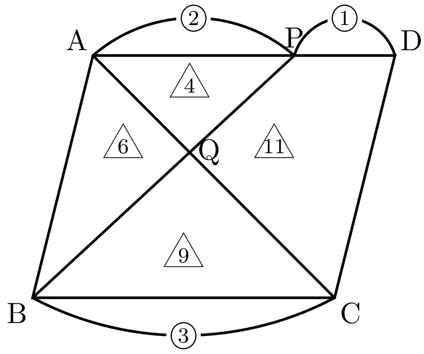
右の図で, AP : CB=2 : 3(△AQP ∽ △CQB) であるから, △AQP : △CQB=4 : 9 △AQB= x とおくと, PQ : QB=2 : 3(△AQP∽△CQB) より, 2 : 3=4 : x, よって, x =6

これで平行四辺形の面積の半分 (△ABC) が 15 であるから, 四角形 PQCD は 15(△ADC)−4(△AQP)= 11

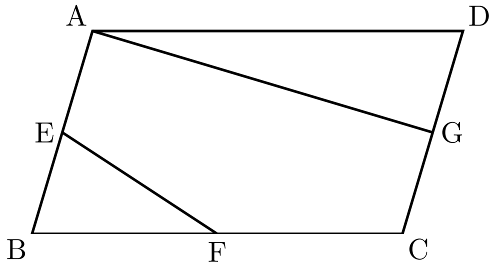
よって, 四角形 PQCD の面積と平行四辺形 ABCD の面積の比は 11 : 30

である。





右の平行四辺形 ABCD で, 辺 AB, BC, CD の中点をそれぞれ, E, F, G とする。このとき, 次の問いに答えなさい。



(1) 五角形 AEFCG の面積は平行四辺形 ABCD の面積の何倍か求めなさい。

この問題も平行四辺形の半分を考える。対角線 AC を引いて解いていく問題である。

△BEF∽△BAC で, 相似比は 1 : 2 であるから, 面積比は ① : ④。したがって, △BEF と四角形 EFCA の面積比は ① : ③。これですでに平行四辺形の面積の半分 (△ABC) は④であることが分かった。つまり, △ACD=④になり, DG : GC=1 : 1 であるから, △ACG=△AGD=②となる。以上より, 五角形 AEFCG の面積は⑤, 平行四辺形 ABCD の面積は⑧であるから, $\dfrac{5}{8}$ 倍である。