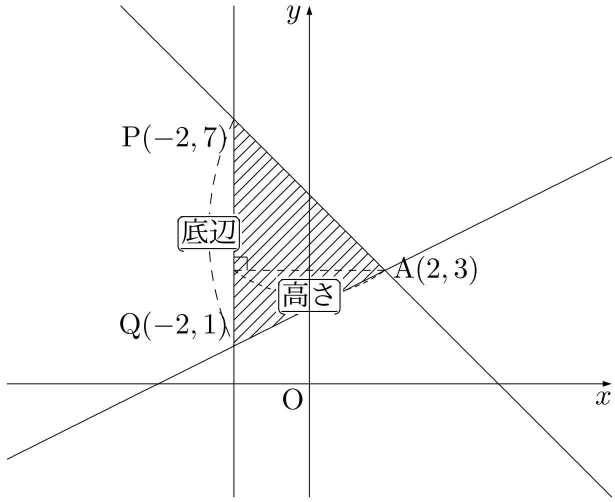
グラフと図形の攻略

関数と図形 $Part1$

三角形の面積の問題

例:問い

関数 $y=\dfrac{1}{2}x+2, y=-x+5$ が点 A で交わっている。また y 軸に平行で x 座標が -2 の直線と 2 つのグラフの交点を P, Q とするとき、△APQ の面積を求めなさい。



考え方

この手の問題は x 軸、y 軸に平行な直線がある場合は、それを底辺とすると片付く問題がほとんどである。この場合 PQ が y 軸に平行なので、PQ を底辺とすれば三角形の面積は簡単に求まる。

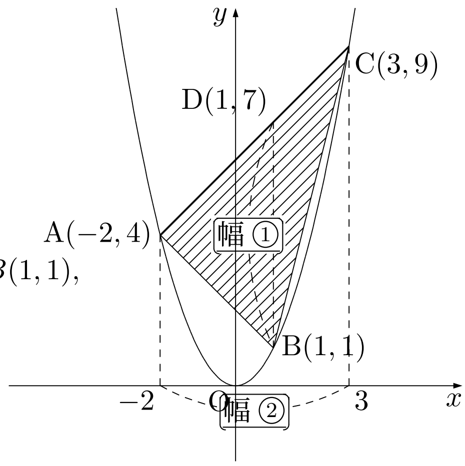
関数と図形 $Part2$

底辺と思われるものが、x 軸、y 軸に対して斜めになっている場合は、その三角形が入る長方形を作り余分な三角形を引けば求まる。しかしここでは二次関数を例に公式?を使って求めてみます。

例:問い

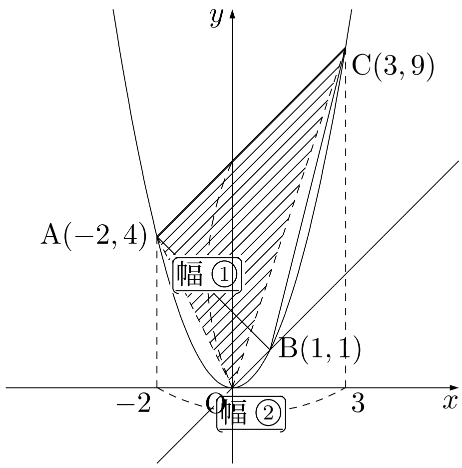
右の図は $y=x^2$ のグラフで、そのグラフ上に 3 点 $A(-2,4), B(1,1), C(3,9)$ をとったものである。このとき

△ABC の面積を求めなさい。

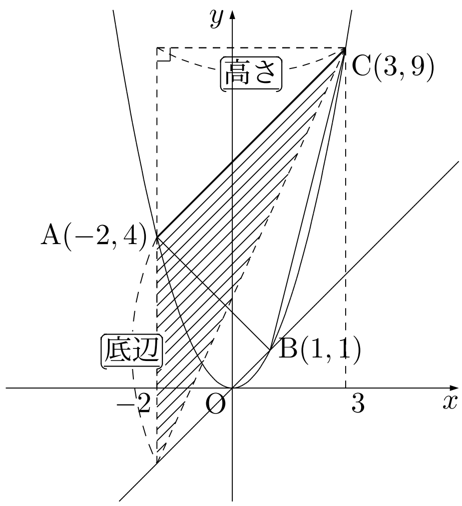


考え方

このとき直線 AB の式 $(y=x+6)$ を求めて、点 B から y 軸に平行な直線と直線 AB との交点を D とすると $D(1,7)$ となり、幅① × 幅② ÷ 2 で求まる。またもう 1 つの解法は、等積変形である。直線 AB の傾きを求め、直線 AB に平行で点 B を通る直線を求める (この場合 $y=x$)。この直線と y 軸との交点を求めて、先と同様に幅① × 幅② ÷ 2 で求めても良い。



さらにもう 1 つ等積変形だが、x 軸または y 軸に平行に頂点を動かしてやることも可能である。等積変形はどの頂点を動かせば効率が良いか、という観点から見ると良い。特に直線の式の傾きが知れる場合は、それに平行な直線で考えてみるのもよい。あと原点が 1 つの頂点である場合、2 つの座標をたすきがけしたものの差の絶対値の $\frac{1}{2}$ でもとまる。紹介だけしておく。



公式

3 点 $(0,0),(a,b),(c,d)$ を頂点とする三角形の面積 S

$S=\frac{1}{2}|ad-bc|$

$|\quad|$ は絶対値の記号 (例 : $|-5|=5$)