関数と図形

1. 三角形の面積の二等分

この 2 パターンに大別できる。三角形の面積の 2 等分の式を求めるときは、

$\boxed{\text{パターン 1}}$三角形の頂点を通る場合

$\boxed{\text{パターン 2}}$三角形の頂点を通らない場合

に大別できる。

図 1

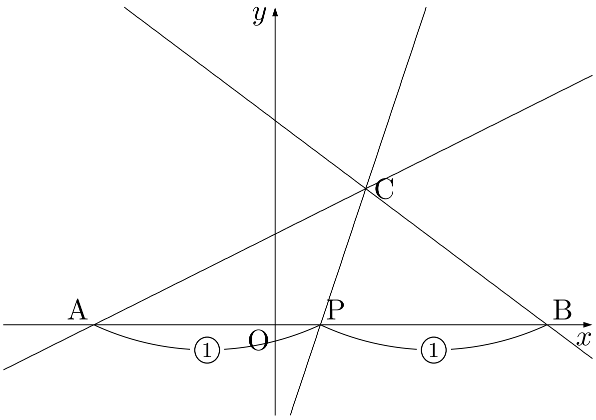


図 1 例題$\boxed{\text{パターン 1}}$：　関数 $y = \frac{1}{2}x + 2$ と $y = -\frac{3}{4} + \frac{9}{2}$ が点 C で交わっている。関数 $y = \frac{1}{2}x + 2$ と x 軸との交点を A、関数 $y = -\frac{3}{4} + \frac{9}{2}$ との交点を B とする。このとき、点 C を通り、△ABC の面積を二等分する式を求めなさない。

問題の点 C は △ABC の頂点の 1 つ。頂点を通る場合は、その頂点と向かい合う辺の中点 P(真ん中の点) を通る直線の式を求めれば片付く。これは高さが共通の三角形の面積が底辺の比の割合によって分けられるからである。

解法

$C(2, 3), A(-4, 0), B(6, 0)$

AB の中点 P は A と B の座標を筆算で足すと $(2, 0)$、中点 P はその $\frac{1}{2}$(半分) なので、$P(1, 0)$ となる。よって求める直線 CP の式は $y = 3x - 3$ である。

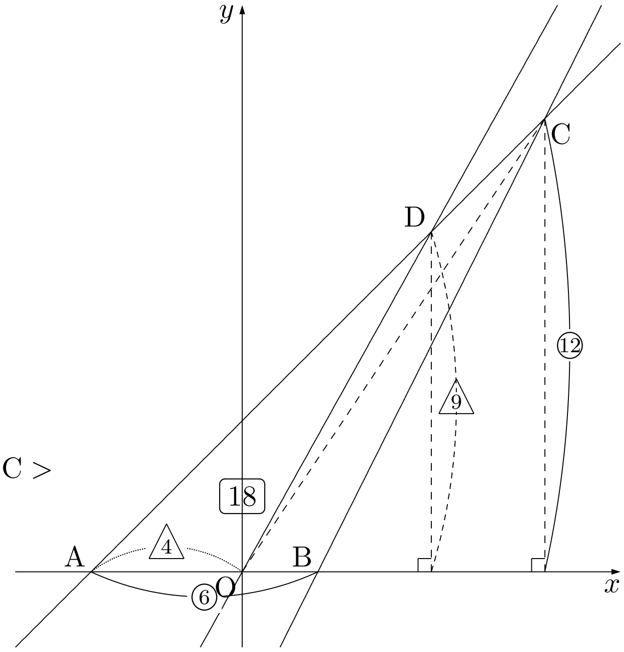
2 点間の中点の出し方 (公式)

2 点 $P(a, b), Q(c, d)$ の中点の座標 R

$R\left(\frac{a+c}{2}, \frac{b+d}{2}\right)$

図2例題 $\boxed{\text{パターン2}}$:　関数 $y = 2x - 4$ と $y = x + 4$ が点 C で交わっている。$y = x + 4$ と x 軸との交点を A、$y = 2x - 4$ と x 軸との交点を B とするとき、原点を通り、△ABC の面積を二等分する式を求めなさい。
こんな場合はとりあえず、A, B, C の座標を出し、△ABC の面積を求める。今回の場合 $A(-4, 0), B(2, 0), C(8, 12)$ であるから、△ABC の面積は $6 \times 12 \div 2 = 36$
次に原点と C を結んでみると、△AOC > △BOC であるから、面積を二等分する直線を求めるために必要なもう 1 点 D は $y = x + 4$ 上にある。

図2



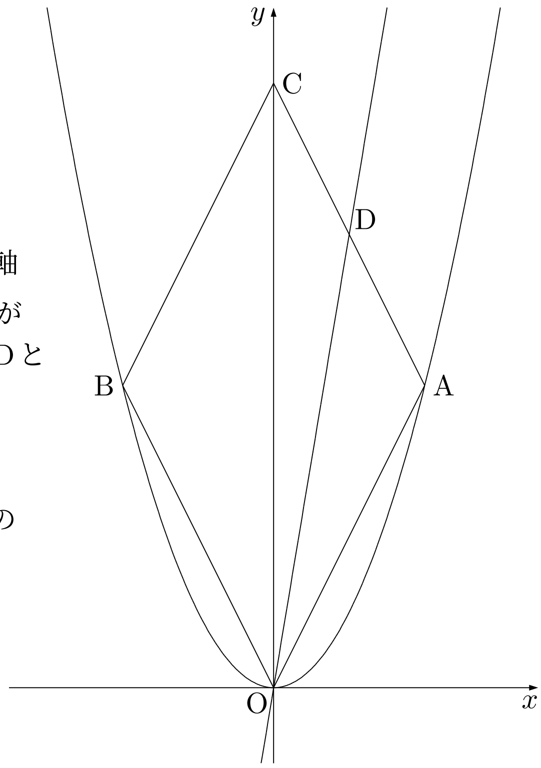
ここで △OAD の面積は 36 の半分 18 になればよい。
△OAD の底辺は A の座標からも分かるとおり 4 であるから、求める高さを D_y とすると、$4 \times D_y \div 2 = 18$
$D_y = 9$
この D_y が D の y 座標で D は $y = x + 4$ 上にあることから、
$9 = x + 4$ とおいて、x を求めると、$x = 5$
よって $D(5, 9)$ となり、求める直線の式は $y = \dfrac{9}{5}x$ となる。

2. 今までのは基本で、四角形の面積を分ける考え方に利用する。

四角形の捉え方は別の攻略方法でもお知らせしていますが、三角形が2つで四角形として捉えるのが大体の考え方。

例 : 図3は関数$y=\dfrac{1}{2}x^2$のグラフでABはx軸に平行でその長さは8である。四角形$OABC$がひし形のとき、辺AC上に点Dをとり、△OADと四角形$OBCD$の面積比が$1:3$となる、直線ODの式を求めなさい。(類高知)

図3



考え方

この問題では四角形$OABC$(ひし形$OABC$)の面積はOCによって二等分されるので、その半分を、$1:3$より$(1+3)\div 2=$ ②とおく。すると求めるDはACの中点であることがわかる。なぜならDがACの中点であることで、△OCD : △OAD = ① : ①となり、四角形$OBCD=$ △OBC + △OCD = ② + ① = ③となり、問題にあるように、△OADと四角形$OBCD$の面積比が$1:3$となる。

解法

$A(4,8), C(0,16)$より$D(2,12)$であるから、求める式は$y=6x$である。