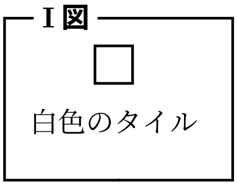
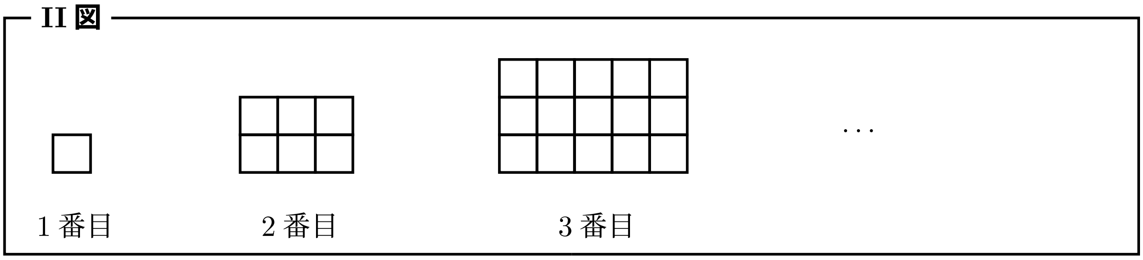
規則性の攻略 (差の差が一定の場合・階差数列)

1. 数字の差を調べたが差が等しくない場合がある。ただその差の数字を見たとき, 一定の差があるときは掛け算に直すと片付く問題が多い。

2. 1 で掛け算に直すと片付くとあるが, 数え方の工夫をすれば難しいことはしなくても片付くことが多い。

3. 右の **I 図** のように同じ大きさの白色のタイルがある。これを **II 図** のようにある規則に従って, 隙間なく並べていく。n 番目に使う白色のタイルの総数を n を使って表しなさい。この例を使って考えてみる。





もし仮に勢い余ってタイルを数えたとする。4 番目まで図形を書いて調べたとすると
$1, 6, 15, 28, \cdots$
となる。差を調べてみると,

1　6　15　28
⑤　⑨　⑬

となり差が $5, 9, 13, \cdots$ で一定ではない。ただ, 差の $5, 9, 13, \cdots$ をみると,

5　9　13
④　④

で差が 4 で一定である。この場合, $1, 6, 15, 28, \cdots$ の数字から掛け算に直す (n 番目の式を得る) こともできるが, 差が一定でない場合は, 数え方の工夫でその掛け算の式を導くことができる。
この場合できる図形が長方形なので, 縦 $\times$ 横でタイルの総数は求まる。
1 番目は 1×1(枚),
2 番目は 2×3(枚),
3 番目は 3×5(枚),
4 番目は 4×7(枚),
のようになり,
n 番目は $n \times (2n-1)$(枚)
となり, $n(2n-1)$(枚) となる。
差が一定でなくとも, その差の差を調べて一定なら, 数え方を工夫する方法を考えたほうが良い。特によく出てくる数字は, $1, 4, 9, 16, 25, \cdots$ であって, n 番目の数字は n^2 という具合なのでこれは抑えておきたい。