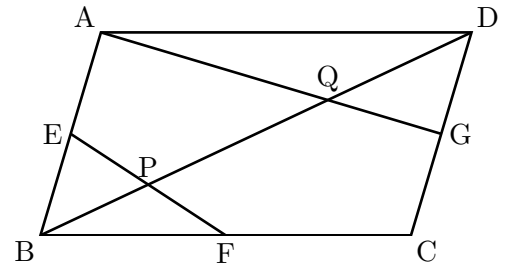


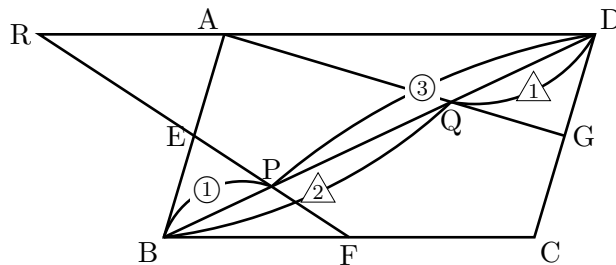
長さが同じなのに比の合計が違う！

相似をやっていて、こういう類の問題に出くわすことがあります。例えば次の問題

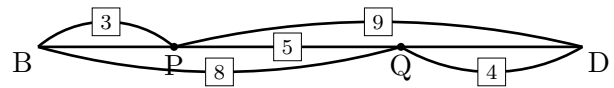
右の平行四辺形 ABCD で、辺 AB, BC, CD の中点をそれぞれ E, F, G とし、対角線 BD と EF, AG との交点をそれぞれ P, Q とする。このとき、次の問いに答えなさい。



- (1) 線分 PQ は線分 BD の何倍か求めなさい。
- (2) $\triangle ADQ$ の面積は平行四辺形 ABCD の面積の何倍か求めなさい。



この問題では $BP : PD = \textcircled{1} : \textcircled{3}$, $BQ : QD = \textcircled{2} : \textcircled{1}$ となっており、 $BP + PD = BD$, $BQ + QD = BD$ で両者とも同じ線分を分けているが、比の合計 $\textcircled{1} + \textcircled{3} = \textcircled{4}$ と $\textcircled{2} + \textcircled{1} = \textcircled{3}$ と $\textcircled{4}$ と $\textcircled{3}$ と合計は異なる。これでは比べようがないので、 $\textcircled{4}$ と $\textcircled{3}$ の最小公倍数 $\textcircled{12}$ でそろえることにする。すると、 $\textcircled{1}$ は 3 倍、 $\textcircled{2}$ は 4 倍することになるので、右のようになる。これで、 $BP : PQ : QD = 3 : 5 : 4$ とわかる。



問題の (1) は $PQ = \frac{5}{3+5+4} = \frac{5}{12}$ (倍)

(2) は平行四辺形の全体の面積を S とすると、 $\triangle ADQ = S \times \frac{1}{2} \times \frac{4}{12} = \frac{1}{6} S$

よって $\frac{1}{6}$ 倍とわかる。

これはあくまで比を使って解いた場合で、分数が好きなら分数を使って簡単に処理できる。それを紹介しておく。こちらの方がスマートなときもある。

$PB = \frac{1}{4} BD$, $BQ = \frac{2}{3} BD$ より、 $PQ = BQ - PB = \frac{2}{3} BD - \frac{1}{4} BD = \frac{5}{12} BD$ として (1) の解を得ることが可能。

したがって分数表示で、 $BP : PQ : QD$ を表すと $BP : PQ : QD = \frac{1}{4} : \frac{5}{12} : \frac{1}{3}$ となり、整数比で表すと、上と同じ $BP : PQ : QD = 3 : 5 : 4$ を得る。ちょっとした応用問題を解くテクニックですので、少なくともどちらか一方のテクニックは習得しておきたいですね。

