

今回は最短距離の問題を考えてみましょう。

中学1年生の時に2点A,B間の最も短い線分のことを距離って言っていましたね。このことを図形や座標軸に応用させたのが最短距離の問題です。

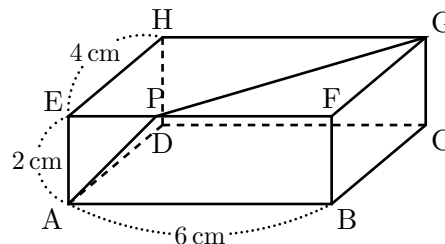
典型的な問題を挙げてみましょう。

★立体にひもをかける問題

この手の問題はまず間違いなく、立体を展開図で考えるのがほとんど定石となっています。

図1のように、 $AB=6\text{ cm}$, $AE=2\text{ cm}$, $EH=4\text{ cm}$ の直方体があり、頂点Aから頂点Gまで、黒いひもを辺EFに交わるようにかける。黒いひもの長さが最も短くなる時、黒いひもと辺EFが交わる点をPとする。このとき、(1)~(3)の各問いに答えなさい。

図1

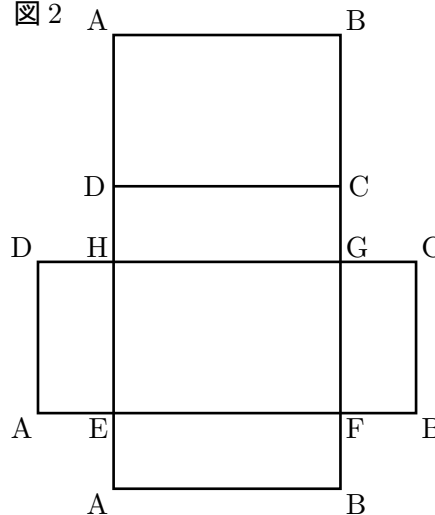


(1) 黒いひもが通る線を、直方体の展開図(図2)に図示しなさい。

(2) 黒いひもの長さを求めなさい。

(3) 図1の直方体に、頂点Bから頂点Dまで赤いひもを辺EF, 辺HGの順に交わるようにかける。赤いひもの長さが最も短くなる時、赤いひもと辺EFが交わる点をQ, 赤いひもと辺HGが交わる点をR, 赤いひもと黒のひもが交わる点をSとする。このとき、(ア)~(エ)の各問いに答えなさい。

図2



(ア) $\triangle SPQ \cong \triangle SGR$ であることを証明しなさい。

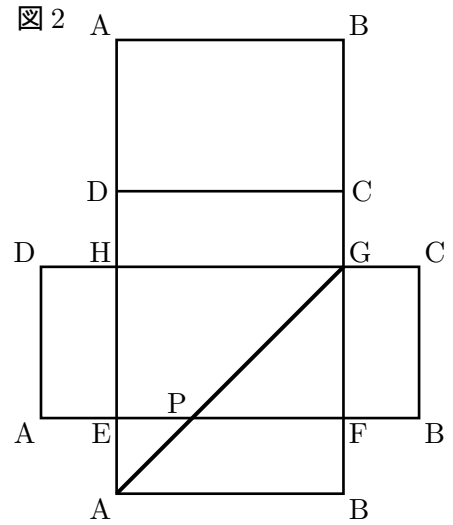
(イ) HR の長さを求めなさい。

(ウ) RQ の長さを求めなさい。

(エ) RS の長さを求めなさい。

〔佐賀〕

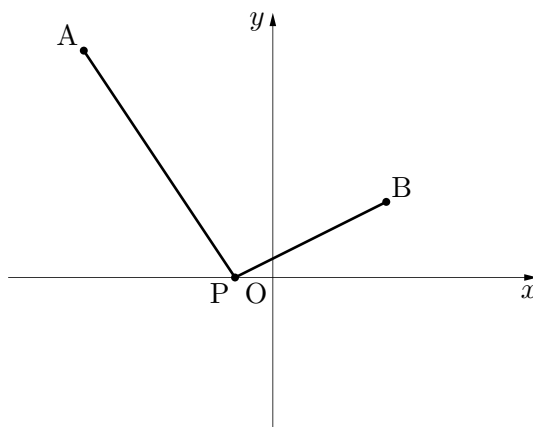
上の問題で、線にかく問題が(1)にあるが、ひもが通っている面は2面である。また、AとGを結ぶ線は辺EFと交わることが図からわかる。だから、答えは右のようになる。ひもがたるんでいては最短にならないので、今回は点Aと点Gの2点間の距離そのものが最短になるので、それで答えを得ることができる。続きの(2)は三平方の定理、(3)は相似の問題として処理できる。典型的な問題なので、しっかり押さえておきましょう。



次のページはグラフ問題での最短距離の問題の処理の方法です。

★座標軸上での最短問題

座標軸上に2点 $A(-4, 5)$, $B(2, 1)$ がある。 x 軸上に点 P をとり, $AP+BP$ の長さが最も短くなるようにするとき, 点 P の座標を求めなさい。



この手の問題は, 点 A または点 B を x 軸について対称に移動させて, その移動させた点と残りの点を結ぶ直線との交点が求める点 P になる。右図は点 B を x 軸に対称移動させ B' とし, 点 B' と点 A を結んで点 P を求める図である。

今回は $B'(3, -2)$ であることから, 直線 AB' の式は $y = -x + 1$ となる。従って球において求める点 P は $(1, 0)$ である。

なぜこの方法で点 P が求まるかというと, 点 B が x 軸について対称な点を B' とすることで, $\triangle BPH \cong \triangle B'PH$ となるため, $AP+BP=AP+B'P$ となり, 折れ線 APB が線分 AB' と等しくなることが分かる。こうやって, グラフ問題では最短問題を処理している。

ここでも最短は直線で考えれると新しい発見があったようで, 数学をもっと好きになりますね。

