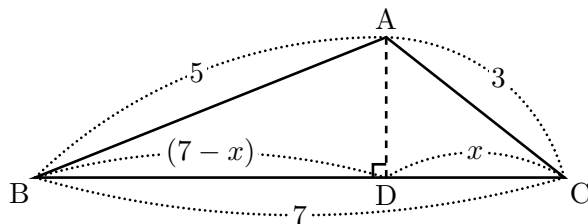


3 辺の長さが分かる三角形の面積は必ず求められる。

三角形の面積を求めるにあたって、三角形の 3 辺の長さが分かれば、面積は必ず求められるという事実をご紹介します。まず、三角形の高さが三角形の内部にできる場合を考えます。下の図で、3 辺の長さは、7, 5, 3 である。長さ 7 の部分が底辺になっていると考えてください。そのときの高さを AD とします。次に DC を  $x$  とおきます。すると  $BD = 7 - x$  となります。



ここで、線分 AD は  $\triangle ABD$  と  $\triangle ACD$  に共通な辺であり、それぞれの三角形に三平方の定理を用いると、

$$AD^2 = 5^2 - (7 - x)^2 \dots \textcircled{1}$$

$$AD^2 = 3^2 - x^2 \dots \textcircled{2}$$

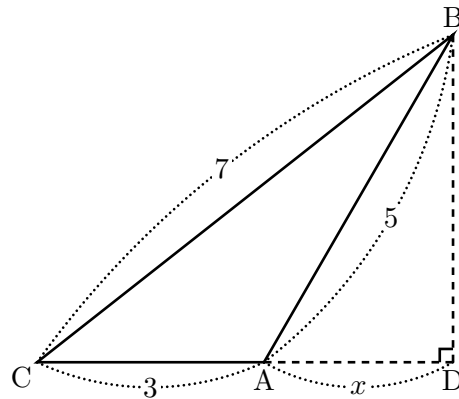
となり、 $\textcircled{1} = \textcircled{2}$  であるから、

$$25 - (7 - x)^2 = 9 - x^2$$

となる。これを解いて  $x = \frac{33}{14}$ 、これを $\textcircled{2}$ に代入して、AD を求めると、 $AD = \frac{15\sqrt{3}}{14}$  となり、求める面積は、

$$7 \times \frac{15\sqrt{3}}{14} \times \frac{1}{2} = \frac{15\sqrt{3}}{4}$$

次に高さが三角形の外部にできる場合を考えても同様のことがいえることを表してみる。三角形の3辺の長さ、頂点は、先と同じにしている。このとき、底辺はCAで、高さは点Bから直線CAに下ろした垂線で、線分BDである。



このとき、 $AD=x$  とすると、 $CD=3+x$  となる。高さBDは $\triangle BCD$ と $\triangle BAD$ に共通であるから、それぞれに三平方の定理を用いると、

$$BD^2 = 7^2 - (3+x)^2 \dots \textcircled{1}$$

$$BD^2 = 5^2 - x^2 \dots \textcircled{2}$$

となり、 $\textcircled{1} = \textcircled{2}$  であるから、

$$49 - (3+x)^2 = 25 - x^2$$

となる。これを解いて  $x = \frac{5}{2}$ 、これを $\textcircled{2}$ に代入して、ADを求めると、 $BD = \frac{5\sqrt{3}}{2}$  となり、求める面積は、

$$3 \times \frac{5\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{15\sqrt{3}}{4}$$

と当たり前だが、先の答えと同じになる。このように3辺の長さが分かれば、必ず三角形の面積が求まることを覚えておきましょう。ちょっとした応用問題に使える知識ですので、数学で得点アップを目指すのであれば、覚えておきたい知識と技ですね。ではでは。

ちなみに3辺の長さが分かっている場合の公式として有名なのがヘロンの公式というのがある。興味がある方はぜひ調べてみましょう。