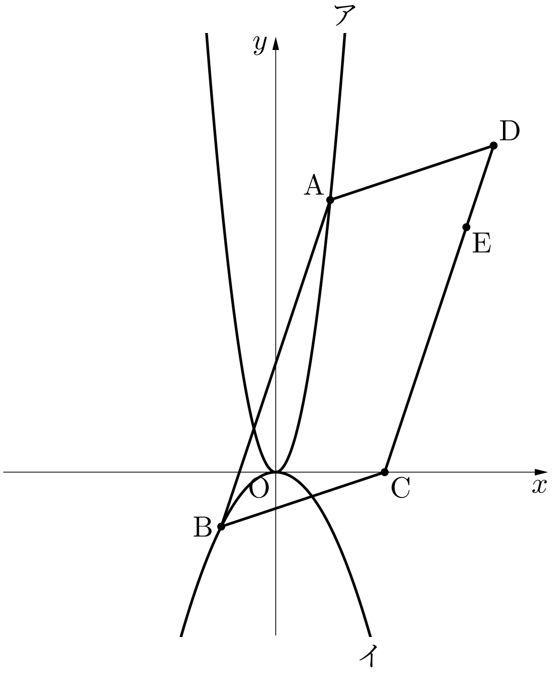
右の図において, 曲線アは関数 $y=ax^2$ のグラフであり, 曲線イは関数 $y=-\frac{1}{2}x^2$ のグラフである。曲線ア上の点で x 座標が 2 である点を A, 曲線イ上の点で x 座標が -2 である点を B とする。また, 点 C の座標を (4, 0), 点 D の座標を (8, 12) とし, 四角形 ABCD は平行四辺形であるものとする。さらに, 辺 CD 上に点 E(7, 9) をとる。
このとき, 次の (1), (2) の問いに答えなさい。ただし, $a>0$ で, O は原点とする。

(1) a の値を求めなさい。

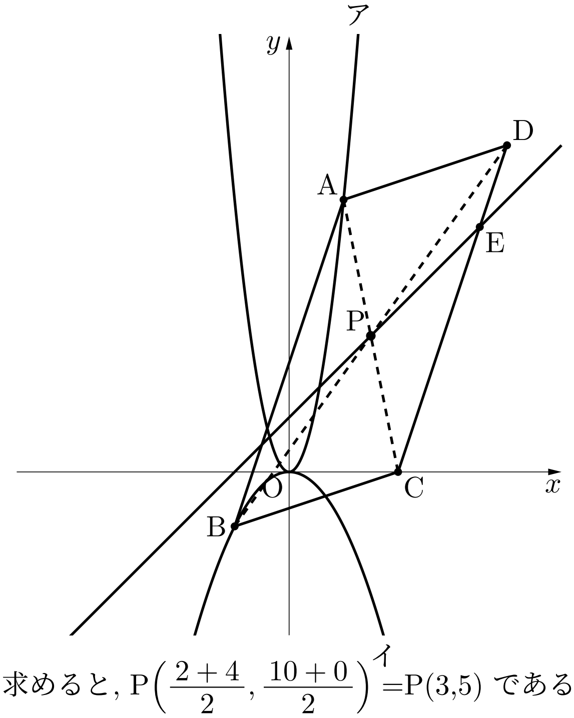
(2) 点 E を通る直線で, 平行四辺形 ABCD を面積の等しい 2 つの図形に分けるとき, この直線の式を求めなさい。



〔茨城〕

問題 (1) は傾き具合が同じで解ける。B の座標が $(-2,-2)$ であることから点 B から点 C へは右に 6 進んで上に 2 進むとよい。この傾き具合が線分 AD でも言えるので, 点 A から点 D へは右に 6 進んで, 上に 2 進むと点 D(8, 12) であるから, 逆をたどれば, 点 A は点 D から左に 6 進んで下に 2 進んだ点と解釈できる。よって点 A(8−6, 12−2) から A(2, 10)。これより $y=ax^2$ に代入して, $a=\frac{5}{2}$ を得る。

問題の (2) は頻出問題である。平行四辺形の仲間 (ひし形, 正方形, 長方形) の面積の 2 等分線は必ず対角線の中点を通る。ここで, 平行四辺形の性質である,「対角線はそれぞれの中点で交わる」ことから 2 組の向かい合う座標の 1 組を選んで, 中点を求めればよい。ここでは, A(2, 10) と C(4, 0) の 1 組を選び中点 P を求めると, $\mathrm{P}\left(\frac{2+4}{2}, \frac{10+0}{2}\right)$=P(3,5) である。したがって, 求める直線の式は E(7, 9) と P(3, 5) を通る直線になる。



それを求めると, $y=x+2$ である。

Point

平行四辺形やその仲間 (ひし形, 正方形, 長方形) の面積の二等分線は必ず対角線の中点を通る。