

$\sqrt{\quad}$  の大小関係は 2 乗すれば、大体いける。  
ご存知の方も多いと思うのですが、根号を含む大小関係の問題は両辺 2 乗すれば、大体片が付きます。以下例をもって示してみましょう。

例： $\sqrt{a} < 3$  となる自然数は何個あるか。

解：両辺 2 乗すると、 $a < 9$  となるので、これを満たす自然数は 1~8 の 8 個の自然数。よって 8 個

例： $\sqrt{5} < a < \sqrt{26}$  を満たす自然数  $a$  をすべて求めよ。

解：両辺 2 乗すると、 $5 < a^2 < 26$  となる。これを満たす最初の  $a$  の値は、 $a = 3$  である ( $5 < 3^2 < 26$ )。同様に  $a = 4, 5$  で、 $a = 6$  では 26 を超えてしまうので、不適。よって  $a = 3, 4, 5$  である。

例： $\sqrt{0.1}$  と 0.1 の大小関係を不等号で表せ。

解：それぞれ 2 乗して、0.1, 0.01 となるよって、 $0.1 > 0.01$  だから、 $\sqrt{0.1} > 0.1$

例：次の数を大きい順に並べなさい。

$$\frac{2}{\sqrt{3}}, \frac{2}{3}, \sqrt{\frac{2}{3}}, \frac{\sqrt{2}}{3}$$

解：それぞれ 2 乗して、

$$\frac{4}{3}, \frac{4}{9}, \frac{2}{3}, \frac{2}{9}$$

これは、大きい順に、

$$\frac{4}{3}, \frac{2}{3}, \frac{4}{9}, \frac{2}{9}$$

であるから、大きい順に並べると

$$\frac{2}{\sqrt{3}}, \sqrt{\frac{2}{3}}, \frac{2}{3}, \frac{\sqrt{2}}{3}$$

となる。

こんな感じです。