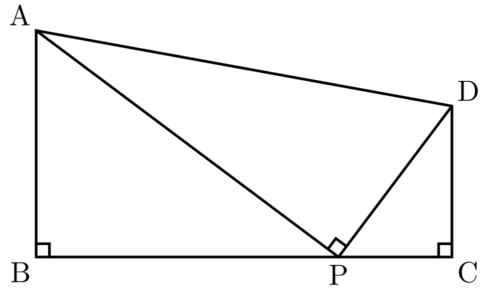
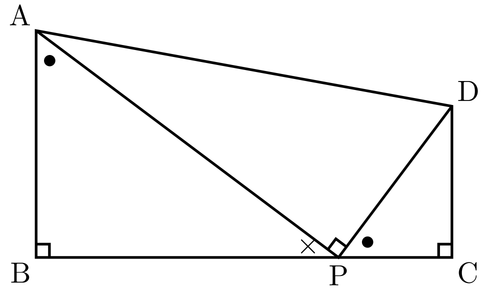
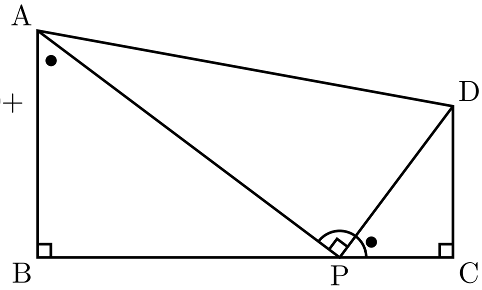
相似系の問題でよくあるのが, この問題である。

【EX】

右の図のような, $\angle B = \angle C = 90^\circ$ の台形があります。辺 BC 上に点 P を, $\angle APD = 90^\circ$ となるようにとるとき, $\triangle ABP \backsim \triangle PCD$ を証明しなさい。







よく使う技

$\bullet + \times = 90^\circ$ を使って, $\angle BAP = \angle CPD$ をいう。

※解法① $\begin{cases} \angle BAP + \angle APB = 90^\circ \\ \angle CPD + \angle APB = 90^\circ \\ \text{これより,} \\ \angle BAP = \angle CPD \end{cases}$

これでも十分いいのだが, 少し目線を変えると, もう少しすっきりする。それは三角形の外角の定理を用いることである。

【定理】三角形の 1 つの外角はそれととなりあわない 2 つの内角の和に等しい。

というものである。$\triangle ABP$ に着目すると, その外角 $\angle APC(90 + \bullet)$ は $\angle ABP + \angle BAP(90^\circ + \bullet)$ となる。これを用いると,

※解法② $\begin{cases} \angle BAP + 90^\circ = \angle CPD + 90^\circ \\ \text{これより,} \\ \angle BAP = \angle CPD \end{cases}$

となる。こっちのほうがすっきりする。

上の問題では 3 つの角 $(\angle B, \angle C, \angle APD)$ が 90° であるが, 上記の解法②のパターンの代表的なもをご紹介する。それは, 3 つの角が 60°(正三角形) と 45°(直角二等辺三角形) の場合である。その図を以下に書いておく。解法のご参考までに。