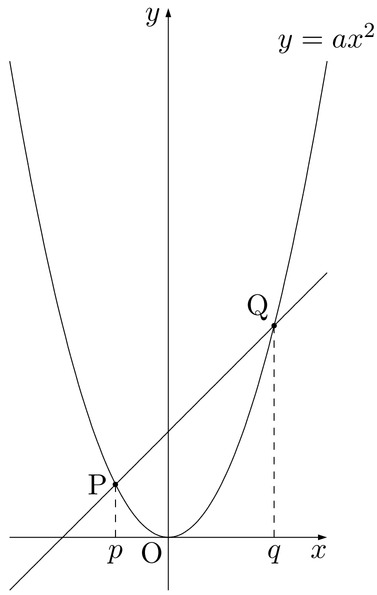
公式 1
$y = ax^2$のグラフ上の 2 点 $P(p, ap^2), Q(q, aq^2)$ を通る直線の式は $y = a(p+q)x - apq$ で与えられる。



証明
二次関数 $y = ax^2$のグラフ上の 2 点 P, Q の変化の割合 (直線 PQ の傾き) を調べる。この 2 点 P, Q の変化の割合は、$\dfrac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$で求められるから、

$$\frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}} = \frac{aq^2 - ap^2}{q-p} = \frac{a(q^2-p^2)}{q-p}$$
$$= \frac{a(q+p)\cancel{(q-p)}}{\cancel{q-p}} = a(p+q) \cdots ①$$

よって、①は 2 点 P, Q の変化の割合、すなわち 2 点 P, Q の直線の傾きを表します。ですから、この直線の式は、
$y = a(p+q)x + b$(b は定数)$\cdots$②
となります。ここで、このグラフは 2 点 P, Q を通るのだから、点 P の座標 $P(p, ap^2)$ を②に代入すると、
$ap^2 = a(p+q) \times p + b$
$ap^2 = ap^2 + apq + b$
b について解くと、
$b = -apq$
よって、直線 PQ(②式) は次のようになる。
$y = a(p+q)x - apq$