公式 16
右の図 1, 図 2 で、PQ//RS であるとき、
$\angle a+\angle c+\angle e=\angle b+\angle d$

図 1

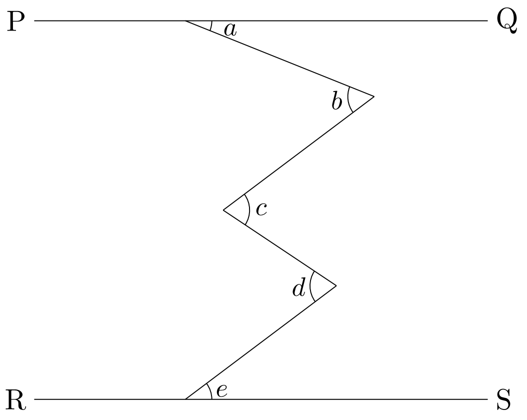


図 2

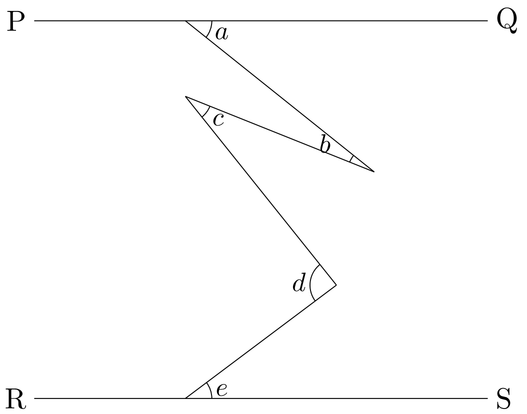
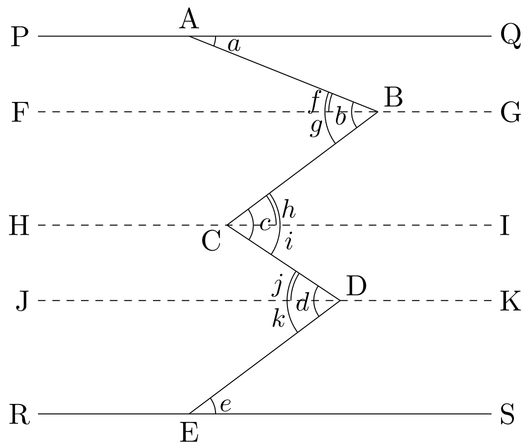


図1



証明

$PQ//RS$ において、B,C,D を通り

PQ に平行な直線をそれぞれ FG,HI,JK とする。またその直線によって分けられた角を次のようにおく。

$\angle a=\angle f$(錯角)
$\angle h=\angle g$(錯角)
$\angle i=\angle j$(錯角)
$\angle k=\angle e$(錯角)
ここで、

$$\begin{aligned}\angle a+\angle h+\angle i+\angle e&=\angle f+\angle g+\angle j+\angle k\\&=\angle b+\angle d\end{aligned}$$

また、$\angle h+\angle i=\angle c$ であるから、

$\angle a+\angle c+\angle e=\angle b+\angle d\cdots$①

$PQ//RS$ において、B を通り PQ に平行な直線を FG とする。またその直線によって分けられた角は次のようになる。

$\angle \mathrm{ABK}=\angle a$(錯角)
$\angle \mathrm{CBK}=\angle a-\angle b$
$\angle \mathrm{BKD}=\angle a-\angle b+\angle c$($\triangle$BCK の外角)
ここで先の証明より、①を定理として図2に適用すると、

$\angle a+(\angle a-\angle b+\angle c)+\angle e=\angle a+\angle d$

整理して

$\angle a+\angle c+\angle e=\angle b+\angle d$

図2