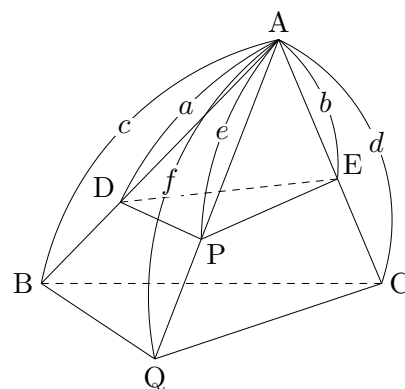


公式 3

右の図の三角錐で、三角錐  $A-DPE$  と三角錐  $A-BQC$  の体積比は  $abe : cdf$  になる。



証明

$ABC$  を底面として三角錐を考えると、公式 2 より底面の面積比は  $ab : cd$  である。

ここでその底面に対する高さは、右の図から、 $AH_1P$

$AH_2Q$  を使って、

$$PH_1 : QH_2 = e : f$$

よって

三角錐  $A-DPE$  と三角錐  $A-BQC$  の体積比は  $abe : cdf$  となる。

詳細

$ABC$  を底面とし、 $ABC$  の面積を  $S$  とすると、 $ADE$  の面積は  $\frac{ab}{cd}S$  である。

それぞれの底面に対する三角錐の高さのは、図より  $PH_1, QH_2$  であるから、

$$\text{三角錐 } A-DPE = \frac{1}{3} \times \frac{ab}{cd}S \times PH_1$$

$$\text{三角錐 } A-BQC = \frac{1}{3} \times S \times QH_2$$

である。

$$\text{三角錐 } A-DPE : \text{三角錐 } A-BQC =$$

$$\frac{1}{3} \times \frac{ab}{cd}S \times PH_1 : \frac{1}{3} \times S \times QH_2 \dots \textcircled{1}$$

ここで  $PH_1 : QH_2 = e : f$

よって  $PH_1 = ke, QH_2 = kf$  ( $k$  は 0 でない定数) とおけるので、これを①に代入すると、

$$\text{三角錐 } A-DPE : \text{三角錐 } A-BQC$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{ab}{cd}S \times ke : \frac{1}{3} \times S \times kf = abe : cdf$$

