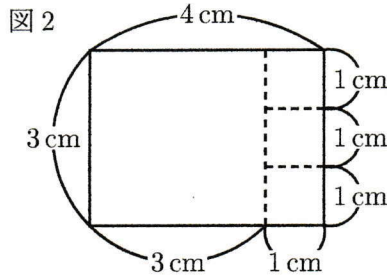
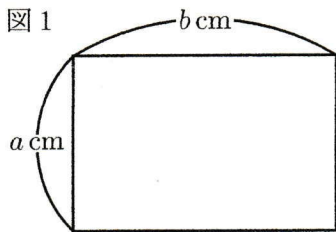


図のような、縦 a cm、横 b cm の長方形の紙がある。この長方形に対して次のような【操作】を行う。ただし、 a, b は正の整数であり、 $a < b$ とする。

【操作】
長方形の紙から短い方の辺を1辺とする正方形を切り取る。残った四角形が正方形でない場合には、その四角形から、さらに同様の方法で正方形を切り取り、残った四角形が正方形になるまで繰り返す。

例えば、図2のように、 $a = 3, b = 4$ の長方形の紙に対して【操作】を行うと、1辺3 cm の正方形の紙が1枚、1辺1 cm の正方形の紙が3枚、全部で4枚の正方形ができる。

このとき、次の問いに答えなさい。



問1 $a = 4, b = 6$ の長方形に対して【操作】を行ったとき、できた正方形のうち最も小さい正方形の1辺の長さを求めなさい。

問2 n を正の整数とする。 $a = n, b = 3n + 1$ の長方形の紙に対して【操作】を行ったとき、正方形は全部で何枚できるか。 n を用いて表しなさい。

問3 ある長方形の紙に対して【操作】を行ったところ、3種類の大きさの異なる正方形が全部で4枚できた。これらの正方形は、1辺の長さが長い順に、12 cm の正方形が1枚、 x cm の正方形が1枚、 y cm の正方形が2枚であった。このとき、 x, y の連立方程式をつくり、 x, y の値を求めなさい。ただし、途中の計算も書くこと。

問4 $b = 56$ の長方形の紙に対して【操作】を行ったところ、3種類の大きさの異なる正方形が全部で5枚できた。このとき、考えられる a の値をすべて求めなさい。

(1)

(2)

(3)

$$\begin{cases} x + y = 12 \\ x = 2y \end{cases}$$

ゆえに
 $x = 8, y = 4$

[栃木県]

(4)

$7x = 56 \quad x = 8 \quad \text{ゆえに} \quad a = 4x \quad \text{ゆえに}$
 $a = 32$

$8x = 56 \quad x = 7 \quad a = 3x + 1 \quad \text{ゆえに}$
 $a = 21$

$17x = 56 \quad x = 8 \quad a = 5x + 1 \quad \text{ゆえに}$
 $a = 40$

1 数楽 <http://www.mathtext.info/>

ゆえに
 $a = 21, 32, 40$