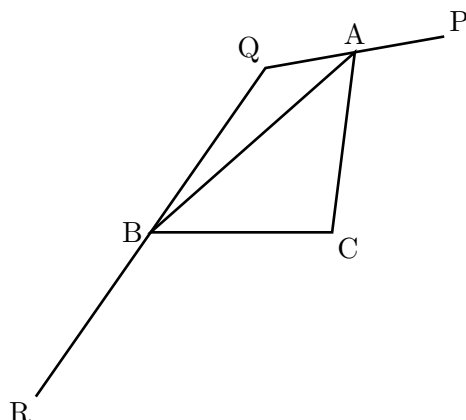


【953回】



上の図のような、 $AB=6\text{ cm}$, $BC=5\text{ cm}$, $CA=4\text{ cm}$ の $\triangle ABC$ があります。

いま、 $PA=2\text{ cm}$ である点 P をとり、以下のように点 Q, R, S, \dots をとります。(図には、 R までしか描いていません)

- ・ PQ の中点が A となるように、点 Q をとる。
- ・ QR の中点が B となるように、点 R をとる。
- ・ PS の中点が C となるように、点 S をとる。
- ・ ST の中点が A となるように、点 T をとる。
- ・ TU の中点が B となるように、点 U をとる。
- ・ UV の中点が C となるように、点 V をとる。

このとき、点 P と点 V の距離は何 cm であるかを求めてください。

ベルク・カツェ

PQR について考えてみると、三角形 AQB と PQR は $1:2$ の相似なので $PR = 6 \times 2 = 12$ となり、 AB と PR は平行。

同様に $TV = 10$, $QS = 10$ となり、どちらも BC と平行。

$SA = AT$, $PA = AQ$ なので合同ができ、 TV と TP は一致、よって答えは 0 。

最初すぐにゼロではないかと思いましたが、ちゃんと確認するのにかなり時間がかかりました。

あめい

中点連結定理と平行四辺形の性質で。(これくらいなら算数範囲で大丈夫でしょうか)

RSQ で $RB = BQ$, $RC = CS$ より BC 平行 QS , $QS = 2BC$

UVT で $UB = BT$, $UC = CV$ より BC 平行 TV , $TV = 2BC$

1組の辺が平行で等しいので $TQSV$ は平行四辺形。

対角線 TS の中点が A で、平行四辺形の2つの対角線は中点で交わるので、もうひとつの対角線 QV で $QA = AV$

またQPは一直線で、 $QA = AP$ なのでVはPと一致する。よって $PV = 0$ 。
PAが2cmの条件はなくても良かったんですね。
(というよりAB, BC, CAの長さの条件もなくても良かったけど、さすがにそれでは問題にならない?)

[0]