

【967回】5枚のカードがあり、表と裏に整数が書かれています。この5枚のカードについて、以下のことが分かっています。

(ア) 5枚のカードの表の整数の合計と、5枚のカードの裏の整数の合計は、等しい

(イ) それぞれのカードについて、表の整数と裏の整数の合計は等しい

(ウ) 書かれている整数はすべて異なり、また0より大きい

いま、5枚のうち、4枚のカードについて、表の整数は「11, 12, 17, 20」でした。

では、残りの1枚のカードの表の数は、いくつでしょうか。(答えが複数ある場合は、カンマ区切りで答えてください) [5, 30, 35]

Mr. ダンディ

5枚目の表の素 = x

各カードにおいて、表の数 + 裏の数 = A とおくと

表の数の和 = $60 + x$

裏の数の和 = $5A - (60 + x)$

よって

$$5A - (60 + x) = 60 + x \quad 2x = 5(A - 24)$$

$A \leq x$ より、 x は 35 以下の正の 5 の倍数

順に、各数を計算していき、同じ数が出てこなかった x を求めると 5, 30, 35

以上のように求めました。uchinyan

求める表の数を x とすると、表の合計は、 $11 + 12 + 17 + 20 + x = 60 + x$ で、(ア) より、裏の合計も $60 + x$ になり、表裏すべての合計は、 $(60 + x) * 2 = 120 + 2x$ + 120, です。

一方で、(イ) よりそれぞれのカードの表裏の合計は A とおけ、表裏すべての合計は $5A$ です。

これら2つが等しいので、 $5A = 120 + 2x$ がいえ、この式より、 x は 5 の倍数、 A は偶数、です。

さらに、(ウ) の一部の、0 より大きい、から、 $x > 0$ 、 $120 + 2x > 5A$ 、でなければなりません。

これより、 $x = 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35$ 、が考え得る候補になります。後は具体的に調べます。

$x = 5$ の場合、 $A = 26$ 、で、カードは、

表: 11, 12, 17, 20, 05,

裏: 15, 14, 09, 06, 21, (ウ) の残りの条件、すべて異なる、を満たす、

$x = 10$ の場合、 $A = 28$ 、で、カードは、

表: 11, 12, 17, 20, 10,

裏: 17, 16, 11, 08, 18, (ウ) の残りの条件、すべて異なる、を満たさない、

$x = 15$ の場合、 $A = 30$ 、で、カードは、

表: 11, 12, 17, 20, 15,

裏: 19, 18, 13, 10, 15, (ウ) の残りの条件、すべて異なる、を満たさない、

$x = 20$ の場合、 $A = 32$ 、で、カードは、

表：11, 12, 17, 20, 20,
 裏：21, 20, 15, 12, 12, (ウ)の残りの条件, すべて異なる, を満たさない,
 = 25 の場合, = 34, で, カードは,
 表：11, 12, 17, 20, 25,
 裏：23, 22, 17, 14, 09, (ウ)の残りの条件, すべて異なる, を満たさない,
 = 30 の場合, = 36, で, カードは,
 表：11, 12, 17, 20, 30,
 裏：25, 24, 19, 16, 06, (ウ)の残りの条件, すべて異なる, を満たす,
 = 35 の場合, = 38, で, カードは,
 表：11, 12, 17, 20, 35,
 裏：27, 26, 21, 18, 03, (ウ)の残りの条件, すべて異なる, を満たす,
 以上ですべてなので, 可能なのは, 5, 30, 35, になります。
 答えとしては「5,30,35」ですね。