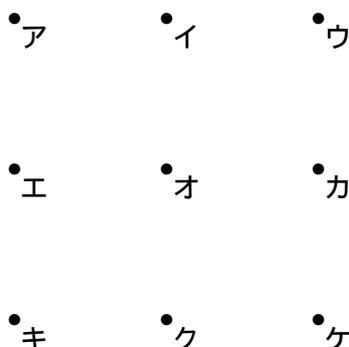


【989回】



上の図のように、正方形の土地の周囲および内部に、ア～ケの9本の杭（くい）を、等間隔に打っています。この中から3本の杭を、次の条件を満たすように選びます。

（条件1）杭どうしをひもで結ぶと、三角形ができる。

（条件2）できた三角形について、どの辺の中点にも杭がない。

例えば、「アとイとエ」を選んだときには条件を満たしますが、「アとウとオ」を選んだときには、アとウを結ぶ辺の中点に杭イがあるため、条件を満たしません。

では、このような3本の杭の選び方は、全部で何通りあるでしょうか。

〔36通り〕

uchinyan

はい、こんにちは。さて、今回の問題は...

これは、個人的には簡単でした。算チャレとしても易かな、と思ったのですが、正解率は意外と低いですね。

多分、うっかりによる数え間違いミスか、あまり考えずに半ば当てにいったか、ではないかな。

いろいろな解法、というか数え方、があると思いますが、私の解法はこんな感じ。

（解法1）

三角形の頂点を頂点又は辺上の点にもつ正方形又は長方形に注目します。

その中で条件を満たす三角形を重複しないように数えます。

正方形アイオエ及びそれに合同な正方形

アイエ，イオア，オエイ，エアオなど各正方形に4通りずつ，正方形が4個で， $4 * 4 = 16$ 通り。

長方形アウカエ及びそれに合同な長方形

アイカ，ウイエ，エオウ，カオアなど各長方形に4通りで，長方形が4個で， $4 * 4 = 16$ 通り。

正方形アキケウ

アカク，ウクエ，ケエイ，キイカで4通り。

以上ですべてなので、 $16 + 16 + 4 = 36$ 通り、になります。

(解法 2)

まず、ア～ケの 9 点から 3 点を選ぶのは $9C3 = 84$ 通り。

これから条件を満たさないものを引きます。

(2) を満たさないのは、アウ、エカ、キケ、アキ、イク、ウケ、アケ、ウキの 8 本のいずれかを辺にもつ三角形で、

それぞれ 6 通りずつあるので $6 * 8 = 48$ 通り。

ところが、これには、アウキ、アウケ、のように重複しているものがあるので重複を除かねばなりません。

しかし、(1) を満たさないものも引くことと合わせて少し調べてみると、

例えば、

アウキを 3 回引くのを、アウキを 1 回引きアイウを 1 回引きウオキを 1 回引く、に対応させ、

ウケアを 3 回引くのを、ウケアを 1 回引きウカケを 1 回引きアオケを 1 回引く、に対応させ、

ケキウを 3 回引くのを、ケキウを 1 回引きケクキを 1 回引きエオカを 1 回引く、に対応させ、

キアケを 3 回引くのを、キアケを 1 回引きキエアを 1 回引きイオクを 1 回引く、に対応させ、

などとして、全体としてうまく過不足なく対応付けることができます！

そこで、(1) 又は (2) を満たさないのは 48 通りです。

これより、求める場合の数は、 $84 - 48 = 36$ 通り、になります。

(解法 2) はもちろんコツコツやってもできます。

大したことはないのですが詳細は省略しますが、その場合は、

$$84 - (48 - 8) - 8 = 84 - 40 - 8 = 36 \text{ 通り,}$$

又は、

$$84 - (48 - 2 * 6 + 4) - 8 = 84 - 40 - 8 = 36 \text{ 通り,}$$

又は、

$$84 - (4 * 6 + 6 * 2 + 4) - 8 = 84 - 40 - 8 = 36 \text{ 通り,}$$

です。

これでも十分簡単ですが、少し遊んでみました (