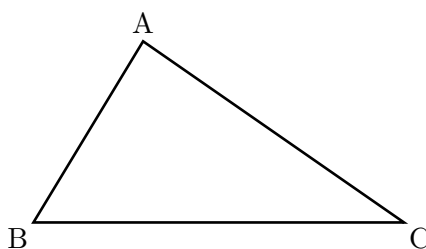


【997回】



$$AB < AC < BC < 100$$

BC と AC の差 = AC と AB の差

図のような、辺の長さが短い順に、AB, AC, BC である  $\triangle ABC$  があります。また、各辺の長さはすべて整数 (cm) であり、BC は 100 cm 未満となっています。

さらに、辺 BC と辺 AC の長さの差と、辺 AC と辺 AB の長さの差は等しくなっています。このとき、この  $\triangle ABC$  の三辺の長さは何通り考えられるでしょうか。 [1584 通り]

和っちゃん

三角形の成立条件は、最大辺 < 他の二辺の和 より、

最大辺を  $x$ 、長さの差を  $y$  とおくと、

$$(x-y) + (x-2y) > x \text{ したがって } x > 3y$$

$y=1$  の時、 $x$  は  $4 \sim 99$  の整数だから

これをみたく  $x$  の値は 96 個

$y=2$  の時、 $x$  は  $7$  から 93 個

...

$y=32$  の時、 $x$  は  $97$  から 3 個

よって、求める三角形の個数は、

$$96 + 93 + 90 + \dots + 6 + 3 = 99 \times 16 = 1584$$

Mr. ダンディ

3 辺は等差数列をなし、等差が最大辺の  $1/3$  未満であれば三角形が出来るので

等差が 1 のものは 最大辺が  $4 \sim 99$  の 96 通り

等差が 2 のものは 最大辺が  $7 \sim 99$  の 93 通り

等差が 3 のものは 最大辺が  $10 \sim 99$  の 90 通り

...

等差が 32 のものは 最大辺が  $97 \sim 99$  の 3 通り

よって

$$3 + 6 + \dots + 96 = 3 * (32 * 33) / 2 = 1584 \quad (\text{通り})$$

と考えました。