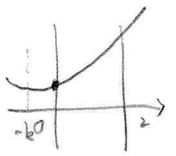
2次関数場合分け

(1) $f(x)=(x+k)^2-k^2+3k+4$

i) $-k\leqq 0$ つまり $k\geqq 0$ のとき

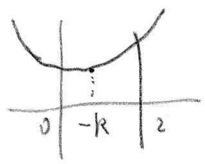


$x=0$で最小

よって

最小値 $f(0)=\underline{3k+4}$

ii) $0<-k\leqq 2$ つまり $-2\leqq k<0$ のとき

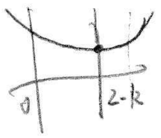


$x=-k$で最小

よって

最小値 $f(-k)=\underline{-k^2+3k+4}$

iii) $-k>2$ つまり $k<-2$ のとき



$x=2$で最小

よって

最小値 $f(2)=\underline{7k+8}$

(2) $0\leqq x\leqq 2$ において ($f(x)$の最小値) >0 と考える.

i) $k\geqq 0$ のとき (1)より $3k+4>0$ $\quad k>-\frac{4}{3}$

$k\geqq 0$ との共通範囲は $k\geqq 0$ …①

ii) $-2\leqq k<0$ のとき (1)より $-k^2+3k+4>0$

$k^2-3k-4<0$ $\quad (k-4)(k+1)<0$

$-1<k<4$, これと $-2\leqq k<0$ の共通範囲は

$-1<k<0$ …②

iii) $k<-2$ のとき (1)より $7k+8>0$ $\quad k>-\frac{8}{7}$

これと $k<-2$ の共通範囲はない.

①,②より

$\underline{k>-1}$

(3)

すべての実数xについて

($f(x)-g(x)$の最小値) >0 であればよい

$f(x)-g(x)$

$=x^2+2kx+3k+4-(-x^2+4kx-10)$

$=2x^2-2kx+3k+14$

$=2(x-\frac{k}{2})^2-\frac{k^2}{2}+3k+14$

これから

$-\frac{k^2}{2}+3k+14>0$

$k^2-6k-28<0$

よって

$\underline{3-\sqrt{37}<k<3+\sqrt{37}}$