

BAAI  
 場合 11 内容は B

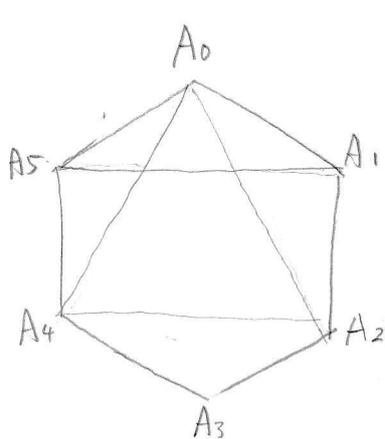
正  $n$  角形の頂点を  $A_0, A_1, \dots, A_{n-1}$  とする。頂点  $A_1, A_2, \dots, A_{n-1}$  から 2 点を取り、それらと  $A_0$  を頂点とする三角形を作る。このようにして得られる三角形の総数を  $a_n$ 、そのうちの二等辺三角形の総数を  $b_n$  とする。ただし正三角形は二等辺三角形とみなす。このとき以下の問いに答えよ。

(1)  $a_6$  および  $b_6$  を求めよ。

(2) 整数  $m \geq 3$  に対し、 $S = \sum_{k=3}^m a_k$  を求めよ。

(3)  $b_9$  を求めよ。

[岡山大]

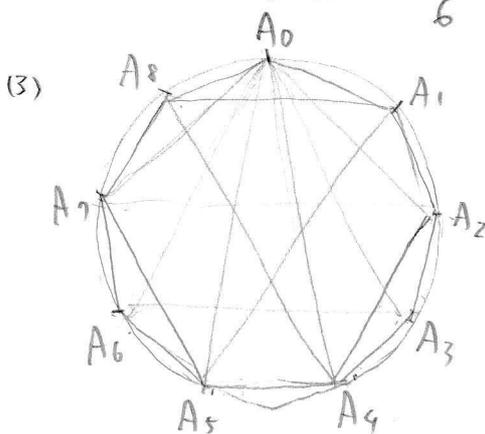


(1)  $a_6 = {}_5C_2 = 10$

$b_6 = 4$

$\triangle A_0 A_1 A_5, \triangle A_0 A_4 A_5, \triangle A_0 A_1 A_2$   
 $\triangle A_0 A_2 A_4$

(2)  $m \geq 3$   $S = \sum_{k=3}^m a_k = \sum_{k=3}^m {}_{k-1}C_2 = \sum_{k=3}^m \frac{(k-1)(k-2)}{2}$   
 $= \sum_{k=1}^m \frac{1}{2} (k^2 - 3k + 2)$   
 $= \frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{6} m(m+1)(2m+1) - 3 \cdot \frac{1}{2} m(m+1) + 2m \right\}$   
 $= \frac{m(m-1)(m-2)}{6}$



$\triangle A_0 A_1 A_8$      $\triangle A_0 A_1 A_2$      $\triangle A_0 A_7 A_5$   
 $\triangle A_0 A_2 A_7$      $\triangle A_0 A_8 A_7$      $\triangle A_0 A_2 A_4$   
 $\triangle A_0 A_3 A_6$      $\triangle A_0 A_4 A_8$   
 $\triangle A_0 A_4 A_5$      $\triangle A_0 A_1 A_5$      $b_9 = 10$