

BAAI
 場合 11 内容は B

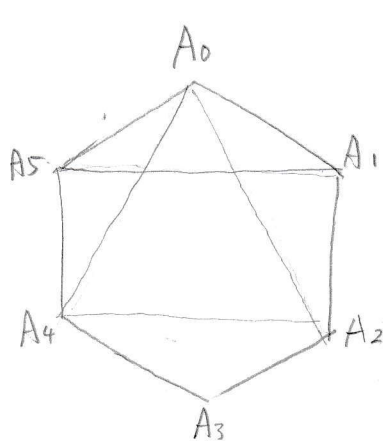
正 n 角形の頂点を A_0, A_1, \dots, A_{n-1} とする。頂点 A_1, A_2, \dots, A_{n-1} から 2 点を取り、それらと A_0 を頂点とする三角形を作る。このようにして得られる三角形の総数を a_n 、そのうちの二等辺三角形の総数を b_n とする。ただし正三角形は二等辺三角形とみなす。このとき以下の問いに答えよ。

(1) a_6 および b_6 を求めよ。

(2) 整数 $m \geq 3$ に対し、 $S = \sum_{k=3}^m a_k$ を求めよ。

(3) b_9 を求めよ。

[岡山大]

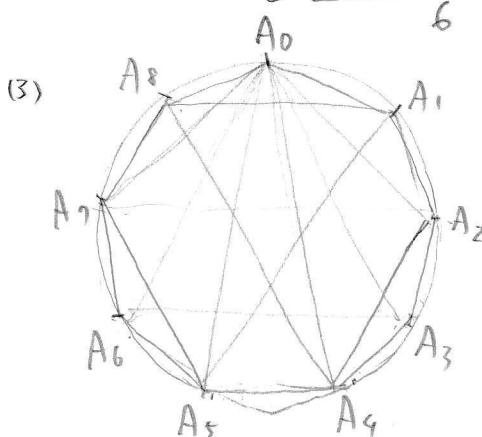


(1) $a_6 = {}_5C_2 = 10$

$b_6 = 4$

$\triangle A_0A_1A_5, \triangle A_0A_4A_5, \triangle A_0A_1A_2$
 $\triangle A_0A_2A_4$

(2) $m \geq 3$ $S = \sum_{k=3}^m a_k = \sum_{k=3}^m {}_{k-1}C_2 = \sum_{k=3}^m \frac{(k-1)(k-2)}{2}$
 $= \sum_{k=1}^m \frac{1}{2} (k^2 - 3k + 2)$
 $= \frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{6} m(m+1)(2m+1) - 3 \cdot \frac{1}{2} m(m+1) + 2m \right\}$
 $= \frac{m(m-1)(m-2)}{6}$



$\triangle A_0A_1A_8$ $\triangle A_0A_1A_2$ $\triangle A_0A_7A_8$
 $\triangle A_0A_2A_7$ $\triangle A_0A_8A_7$ $\triangle A_0A_2A_4$
 $\triangle A_0A_3A_6$ $\triangle A_0A_4A_8$
 $\triangle A_0A_4A_5$ $\triangle A_0A_1A_5$

$b_9 = 10$