$f(x) = 2\cos 2x + 4\sin x + 1 \left(-\frac{\pi}{2} \leqq x \leqq \frac{\pi}{2}\right)$ のとき，関数 $f(x)$ の最大値，最小値を求めなさい。　〔摂南大〕

倍角の公式より

$f(x) = 2(1-2\sin^2 x) + 4\sin x + 1$　$(\because -1 \leqq \sin x \leqq 1)$

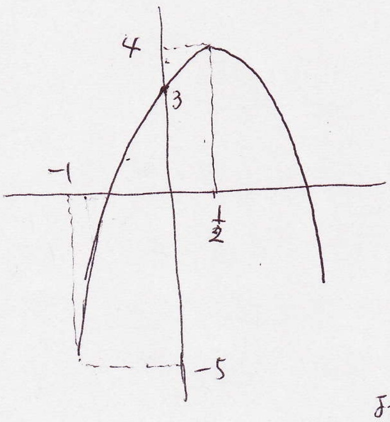
$= -4\sin^2 x + 4\sin x + 3$

$= -4\left(\sin x - \frac{1}{2}\right)^2 + 1 + 3$

$= -4\left(\sin x - \frac{1}{2}\right)^2 + 4$

$\sin x = t$ とおくと

$f(t) = -4\left(t - \frac{1}{2}\right)^2 + 4$　$(\because -1 \leqq t \leqq 1)$



$f(t)$ は $t = \frac{1}{2}$ で最大値 4

$t = -1$ で最小値 -5 をとる

$\sin x = \frac{1}{2}$　$x = \frac{\pi}{6}$

$\sin x = -1$　$x = -\frac{\pi}{2}$

よって

$f(x)$ は $x = \frac{\pi}{6}$ で 最大値 4

$x = -\frac{\pi}{2}$ で 最小値 -5