ごうかく！

6

$f(x) = \sin^4 x + 2\sin x\cos x + \cos^4 x$ のとき，関数 $f(x)$ の最大値，最小値を求めなさい。〔信州大〕

$$f(x) = (\sin^2 x + \cos^2 x)^2 - 2\sin^2 x\cos^2 x + 2\sin x\cos x$$

$$= -2\sin^2 x\cos^2 x + 2\sin x\cos x + 1$$

$$= -\frac{1}{2}(2\sin x\cos x)^2 + 2\sin x\cos x + 1$$

$$= -\frac{1}{2}\sin^2 2x + \sin 2x + 1$$

$$= -\frac{1}{2}(\sin 2x - 1)^2 + \frac{3}{2}$$

$(\because -1 \leqq \sin 2x \leqq 1)$

よって　$\sin 2x = 1$ のとき最大値 $\frac{3}{2}$　$\because x = \frac{\pi}{4} + n\pi$　n は整数

$\sin 2x = -1$ のとき最小値 $-\frac{1}{2}$　$\because x = \frac{3}{4}\pi + n\pi$　n は整数