



問題 6

b は実数とし、 c は 0 でない実数とする。2 次方程式 $x^2 + bx + c = 0$ の解を α, β とおく。

- (1) α, β はともに 0 でないことを示せ。
- (2) $\frac{\alpha}{\beta}$ または $\frac{\beta}{\alpha}$ が実数 r に等しいとき、 b^2 を c と r を用いて表せ。

[北海道大]

1) 2 つの解 α, β をもつ 2 次方程式は、 x^2 の係数が 1 であるから

$$(x - \alpha)(x - \beta) = 0 \text{ とおける}$$

よって $c = \alpha\beta$ とあり $c \neq 0$ の実数であることから $\alpha\beta \neq 0$ である

(2) $\alpha + \beta = -b$ $\alpha\beta = c$ (より) $\frac{\alpha}{\beta} = r$ であるから $\alpha = r\beta$

$$r\beta + \beta = -b$$

$$\text{また } r\beta^2 = c$$

$$(1+r)\beta = -b$$

$$\beta^2 = \frac{c}{r} \text{ (よって } r \neq 0 \text{ であるから)}$$

$$b^2 = (1+r)^2 \beta^2 \dots \textcircled{1}$$

$$b^2 = \frac{c(1+r)^2}{r}$$

