

2次方程式 $x^2 + x + 1 = 0$ の2つの解を α, β とし, $\alpha^n + \beta^n = S_n$ (n は自然数) とする。
次のことを証明せよ。

(1) $a^2 + a + 1 = 0$ ならば, $a^{n+2} + a^{n+1} + a^n = 0$

(2) $S_{n+2} = -(S_{n+1} + S_n)$

(3) $S_5 = -1$