(1) 6が出る確率 $\frac{1}{6}$　6以外が出る確率 $\frac{5}{6}$

13回のうちk回 6が出ることは 6以外は13−k回出る

よって

$$P_k = {}_{13}C_k \left(\frac{1}{6}\right)^k \left(\frac{5}{6}\right)^{13-k}$$

$0 \leqq k \leqq 12$ として

$$P_{k+1} = {}_{13}C_{k+1} \left(\frac{1}{6}\right)^{k+1} \left(\frac{5}{6}\right)^{13-(k+1)}$$ より

$$P_{k+1} = {}_{13}C_{k+1} \left(\frac{1}{6}\right)^{k+1} \left(\frac{5}{6}\right)^{12-k}$$

(2)

$\frac{P_{k+1}}{P_k}$ を考える

$$\frac{P_{k+1}}{P_k} = \frac{\frac{13!}{(k+1)!(12-k)!}\left(\frac{1}{6}\right)^{k+1}\left(\frac{5}{6}\right)^{12-k}}{\frac{13!}{k!(13-k)!}\left(\frac{1}{6}\right)^{k}\left(\frac{5}{6}\right)^{13-k}}$$

$$= \frac{\frac{1}{k+1} \times \frac{1}{6}}{\frac{1}{13-k} \times \frac{5}{6}} = \frac{13-k}{5(k+1)} \quad \cdots ①$$

i) $\frac{P_{k+1}}{P_k} \geqq 1$ とすると　①より $\frac{13-k}{5(k+1)} \geqq 1$ で $k \leqq \frac{4}{3} = 1.33\cdots$

より $k \leqq 1$ のとき $\frac{P_{k+1}}{P_k} > 1 \rightarrow P_{k+1} > P_k$ となる

ii) $\frac{P_{k+1}}{P_k} < 1$ のとき i)同様に $k > 1.33\cdots$

より $k \geqq 2$ のとき $\frac{P_{k+1}}{P_k} < 1 \rightarrow P_{k+1} < P_k$ となる

i) ii)より

$P_0 < P_1 < P_2 > P_3 > P_4 \cdots > P_{13}$ となるので

$k=2$ のとき最大になる.