

A, Bの2人が何回か試合を行い、どちらか先に3勝したほうを優勝とする。Aが勝つ確率もBが勝つ確率も $\frac{1}{2}$ とし、引き分けはないものとするとき、次の問いに答えよ。ただし、解答の分数は既約分数とする。

(1) Aが3勝1敗で優勝する確率は $\frac{\square}{\square}$ である。

(2) 優勝が決まるまでに試合が5回行われる確率は $\frac{\square}{\square}$ である。

(3) 優勝が決まるまでの試合の回数の期待値は $\frac{\square}{\square}$ である。

[青山学院大]

(1) 009

2勝1敗の後勝てばいい

$${}^3C_2 \left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{16}$$

(2)

4回目で決着かかれない → 2勝2敗

$${}^4C_2 \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{4 \cdot 3}{2 \cdot 1} \cdot \frac{1}{16} = \frac{3}{8}$$

(3)

3回で決着 $2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{4}$
 ↑
 A, Bの2通り

4回で決着のは(1)より $2 \cdot \frac{3}{16} = \frac{3}{8}$
 ↑
 A, Bの2通り

5回で決着のは(2)より $\frac{3}{8}$

よって

$$3 \times \frac{1}{4} + 4 \times \frac{3}{8} + 5 \times \frac{3}{8} = \frac{6}{8} + \frac{12}{8} + \frac{15}{8} = \frac{33}{8}$$

$$\frac{33}{8} \text{回}$$