確率 50

単位円の円周を 6 等分する点を時計回りの順に $P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, P_6$ とする。さいころを投げて出た目 i と点 P_i を対応させる。さいころを 3 回投げて出た目が全て異なる場合は対応する点を結ぶと三角形ができる。次の問いに答えよ。

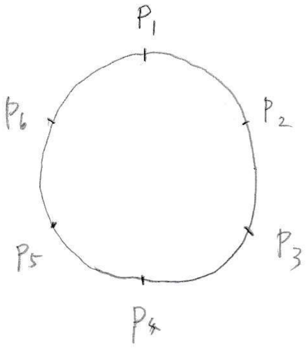
(1) $\triangle P_1P_2P_5$ と $\triangle P_1P_3P_5$ の面積をそれぞれ求めよ。

(2) さいころを 3 回投げて, 三角形ができる確率を求めよ。

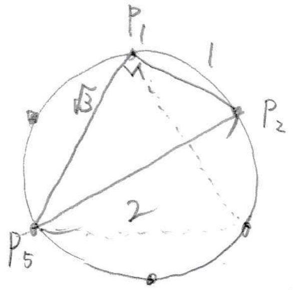
(3) さいころを 3 回投げて, 二等辺三角形 (ただし正三角形は除く) ができる確率を求めよ。

(4) さいころを 3 回投げてできる図形の面積の期待値を求めよ。

〔山形大〕



(1)



$\triangle P_1P_2P_5 = 1\times\sqrt{3}\times\frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

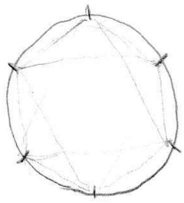
$\triangle P_1P_3P_5 = \frac{1}{2}\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}\cdot\sin 60^\circ$

$= \frac{3}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{4}$

$\triangle P_1P_2P_5 = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\triangle P_1P_3P_5 = \frac{3\sqrt{3}}{4}$

(2) 6こから3つを選ぶけど順番も考えると ${}_6C_3\times 3! = 6\cdot5\cdot4$ $\quad \frac{6\cdot5\cdot4}{216} = \frac{5}{9}$

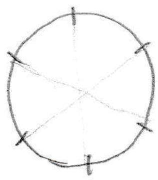
(3)



6通りできるけどその順番も考えると $6\cdot3!$

$\frac{6\cdot3!}{216} = \frac{1}{6}$

(4)



直角三角形は直径が3本にあるし それぞれ4つできるので 12通り 順番も考えて $\frac{12\cdot3!}{216} = \frac{1}{3}$

正三角形は 2通り 順番も考えて $\frac{2\cdot3!}{216} = \frac{1}{18}$

$1-\frac{5}{9} = \frac{5}{9}$ …三角形ができない確率 $\quad \triangle P_1P_6P_2$の面積 $\frac{1}{2}\cdot1\cdot1\sin 120 = \frac{\sqrt{3}}{4}$

$\frac{5}{9}\times0 + \frac{1}{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{18}\times\frac{3\sqrt{3}}{4} + \frac{1}{6}\times\frac{\sqrt{3}}{4}$

$= \frac{\sqrt{3}}{6} + \frac{\sqrt{3}}{24} + \frac{\sqrt{3}}{24} = \frac{6\sqrt{3}}{24} = \frac{\sqrt{3}}{4}$