例えば10回なげて1の目が3回出る確率は ${}_{10}C_3\left(\frac{1}{6}\right)^3\left(\frac{5}{6}\right)^7$ となる

このことから1000回なげて1の目がk回出る確率 P_k は

2013 信州大

$$P_k = {}_{1000}C_k\left(\frac{1}{6}\right)^k\left(\frac{5}{6}\right)^{1000-k} = \frac{1000!}{(1000-k)!\,k!}\left(\frac{1}{6}\right)^k\left(\frac{5}{6}\right)^{1000-k}$$

P_{k+1} を考えると

$$P_{k+1} = {}_{1000}C_{k+1}\left(\frac{1}{6}\right)^{k+1}\left(\frac{5}{6}\right)^{999-k} = \frac{1000!}{(999-k)!\,(k+1)!}\left(\frac{1}{6}\right)^{k+1}\left(\frac{5}{6}\right)^{999-k}$$

ここで

$\frac{P_{k+1}}{P_k}$ を考えると

$$\frac{P_{k+1}}{P_k} = \frac{\frac{1000!}{(999-k)!(k+1)!}\left(\frac{1}{6}\right)^{k+1}\left(\frac{5}{6}\right)^{999-k}}{\frac{1000!}{(1000-k)!k!}\left(\frac{1}{6}\right)^{k}\left(\frac{5}{6}\right)^{1000-k}}$$

$$= \frac{\frac{1}{k+1}\cdot\frac{1}{\cancel{6}}\cdot 1}{\frac{1}{1000-k}\cdot 1\cdot\frac{5}{\cancel{6}}}$$

$$= \frac{1000-k}{5(k+1)}$$

$\frac{1000-k}{5(k+1)} > 1$ のとき　つまり $\frac{P_{k+1}}{P_k} > 1 \rightarrow P_{k+1} > P_k$ のとき

$1000-k > 5(k+1)$

$-6k > -995$

$k < 165.833$

$\frac{1000-k}{5(k+1)} < 1$ のとき　つまり $\frac{P_{k+1}}{P_k} < 1 \rightarrow P_{k+1} < P_k$ のとき

$k > 165.833$

よって

$\cdots P_{164} < P_{165} < P_{166} > P_{167} > P_{168} \cdots$

よって $k = 166$

仮説

単純に $\frac{1000}{6} = 166.66\cdots$

166回?