

4) Bが一回も負けるとも1勝

余事象は Bが一回も勝たない \rightarrow Aが3回連続勝

よって求める確率は

$$1 - \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{19}{27}$$

2) 試合は最大で5試合でしか行われず、よって
最低3試合はすることに着目すると

4試合で2勝2敗の確率をひけばよい

よって

$$\begin{aligned} 1 - 4C_2 \left(\frac{2}{3}\right)^2 \left(\frac{1}{3}\right)^2 &= 1 - \frac{6 \cdot 4 \cdot 1}{9 \cdot 9} \\ &= 1 - \frac{8}{27} \\ &= \frac{19}{27} \end{aligned}$$

1) を求めておく

$$\text{3試合で} \begin{cases} \text{Aが勝つ} & \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{8}{27} \\ \text{Bが勝つ} & \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{1}{27} \end{cases}$$

$$\text{4試合で} \begin{cases} \text{Aが勝つ} & 3C_1 \left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{8}{27} \\ \text{Bが勝つ} & 3C_1 \left(\frac{1}{3}\right)^2 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{2}{27} \end{cases}$$

$$\frac{8}{27} + \frac{1}{27} + \frac{8}{27} + \frac{2}{27} = \frac{19}{27}$$

3)

1試合目でAが勝つ優勝

$$\text{3試合のとき} \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{8}{27} \dots \textcircled{1}$$

$$\text{4試合のとき} \begin{cases} \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{8}{81} \dots \textcircled{2} \\ \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{8}{81} \dots \textcircled{3} \end{cases}$$

$$\text{5試合のとき} \begin{array}{c} \frac{2}{3} \quad \circ \quad \circ \quad \circ \quad \frac{2}{3} \\ \downarrow \\ 3C_1 \left(\frac{1}{3}\right)^2 \cdot \frac{2}{3} \\ \downarrow \end{array}$$

$$\begin{aligned} &\frac{2}{3} \cdot 3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \\ &= \frac{8}{81} \dots \textcircled{4} \end{aligned}$$

求める確率は $\textcircled{1} + \textcircled{2} + \textcircled{3} + \textcircled{4}$

$$\begin{aligned} \frac{8}{27} + \frac{8}{81} \times 3 &= \frac{24 + 24}{81} \\ &= \frac{48}{81} \\ &= \frac{16}{27} \end{aligned}$$

$$\frac{16}{27}$$