



a, b が正の実数のとき, $(a+b)\left(\frac{3}{a} + \frac{4}{b}\right)$ の最小値は である。

$$\text{与式} = \frac{(a+b)(3b+4a)}{ab}$$

$$= \frac{4a^2 + 7ab + 3b^2}{ab}$$

$$= 7 + \frac{4a}{b} + \frac{3b}{a}$$

∴ $\frac{4a}{b} + \frac{3b}{a}$ の最小値を考えると

$a > 0, b > 0$ より

相加相乗平均を使えば

$$\frac{4a}{b} + \frac{3b}{a} \geq 2\sqrt{\frac{4a}{b} \cdot \frac{3b}{a}} = 4\sqrt{3}$$

∴ $\frac{4a}{b} + \frac{3b}{a}$ の最小値は $4\sqrt{3}$ である。

求める最小値は

$$\underline{\underline{7 + 4\sqrt{3}}}$$

