

$x, y$  を自然数とすると,  $\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{1}{4}$  となる  $x, y$  の値の組は

$(x, y) = (\square, \square), (\square, \square)$

である。

[同志社大]

与式から

$$\frac{y-x}{xy} = \frac{1}{4} \text{ より}$$

$$xy = 4(y-x)$$

$$xy + 4x - 4y = 0 \text{ と変形}$$

$$(x-4)(y+4) + 16 = 0$$

$$(x-4)(y+4) = -16 \text{ と変形し変える}$$

ここで  $x-4 > 0$  のとき  $y+4 < 0 \dots (i)$

$x-4 < 0$  のとき  $y+4 > 0 \dots (ii)$  と変える

$x, y$  は自然数であることから (i) の  $y+4 < 0$  は成り立たないから (i) は不可

(ii) のとき

$$x-4 < 0 \text{ であるから } x = 1, 2, 3.$$

$x=1$  のとき  $x-4 = -3$  となり  $-3(y+4) = -16$  となり

自然数  $y$  は存在しない

$x=2$  のとき  $x-4 = -2$  となり  $-2(y+4) = -16$  を解くと

$$y = 4$$

$x=3$  のとき  $x-4 = -1$  となり  $-(y+4) = -16$  を解くと

$$y = 12$$

$$\therefore (x, y) = (2, 4), (3, 12)$$