1a 整数 18

n を奇数のとき，

$$S = n + (n+1)^2 + (n+2)^3$$

は 16 の倍数であることを示せ。

〔富山大〕

$n=2k+1$　kは整数とすると

$S=(2k+1)+(2k+2)^2+(2k+3)^3$

$=2k+1+4k^2+8k+4+8k^3+36k^2+54k+27$

$=8k^3+40k^2+64k+32$

$=8k(k^2+5k+8)+32$

$=8k\{(k+2)(k+3)+2\}+32$

$=8k(k+2)(k+3)+16k+32$

$=8k(k+2)(k+3)+16(k+2)$ …①

ここで $(k+2)(k+3)$ は連続する2数なので

どちらかが偶数になるので

$8k(k+2)(k+3)$ は16の倍数となる これを $16m$ とおくと

∵mは整数

①は

$16m+16(k+2)$とかけ　$16(m+k+2)$ となる

これは 16 の倍数である

したがって

nが奇数のとき　$S=n+(n+1)^2+(n+2)^2$は

16の倍数である