

修正

a, b は異なる整数で、ともに0以上9以下とする。有理数 x が次のように循環小数で表されているとする。

$$x = 0.\overline{abababab}\dots$$

次の問いに答えよ。

- (1) $99x$ は自然数であることを示せ。
- (2) $33x$ が自然数となるような x を1つ求めよ。
- (3) $11x$ が自然数となるときの $a+b$ の値を求めよ。

[奈良女子大]

(1)

$$100x = ab.abab\dots$$

$$\rightarrow x = 0.abab\dots$$

$$99x = ab, \quad ab \text{ は2けたの正の数で } 10a+b \text{ と表せる。}$$

$$\therefore 99x = 10a+b \text{ となり } 10a+b \text{ は自然数である。}$$

(2)

$$99x = 10a+b \text{ より } 33x = \frac{10a+b}{3} \text{ となり、 } 10a+b \text{ は3の}$$

$$\text{倍数となり } a=1, b=2 \text{ とすると}$$

$$x = 0.121212\dots$$

$$x = 0.\overline{12}$$

$$x = 0.303030\dots \quad (x = 0.\overline{30})$$

(3)

$$11x = \frac{10a+b}{9} \text{ となり、 } 10a+b \text{ は9の倍数である}$$

$$\therefore a+b \text{ の範囲は } a \neq b \text{ であるとして、 } 0 \leq a \leq 9, 0 \leq b \leq 9$$

より

$$1 \leq a+b \leq 17 \quad \text{より } \underline{a+b=9}$$