

(1) 問いていることは

3^d が $3^2! (9!)$ の約数となる

最大の d を $f(m)$ とするということ

($1 \leq m \leq 7$)

$$9 \div 3 = 3$$

$$9 \div 9 = 1$$

よって

$$f(m) = 1 + 3 = 4$$

$$\underline{f(m) = 4}$$

(2) 4) と同様に

5^d が $5^2! (25!)$ の約数となる

最大の d を求めると

$$25 \div 5 = 5$$

$$25 \div 25 = 1$$

$$\therefore f(m) = 1 + 5 = 6$$

$$\underline{f(m) = 6}$$

(3)

4) と同様的に考えると

$$p^m \div p = p^{m-1} \quad (1回)$$

$$p^m \div p^2 = p^{m-2} \quad (1回)$$

$$p^m \div p^3 = p^{m-3} \quad (1回)$$

$$p^m \div p^{m-1} = p \quad (1回)$$

$$p^m \div p^m = 1 \quad (1回)$$

よって $f(m)$ は

$$f(m) = 1 + p + \dots + p^{m-3} + p^{m-2} + p^{m-1}$$

$$= \sum_{k=1}^m p^{k-1}$$

$$= \frac{1-p^m}{1-p}$$

$$\therefore f(m) = \frac{1-p^m}{1-p}$$