



式1

$\frac{x+y}{9} = \frac{y+z}{8} = \frac{z+x}{7}$ のとき,
 $\frac{xy+yz+zx}{x^2+y^2+z^2}$ の値を求めなさい。ただし $x \neq 0, y \neq 0, z \neq 0$ である。

$$\frac{x+y}{9} = \frac{y+z}{8} = \frac{z+x}{7} = k \text{ とおく}$$

$$\begin{cases} x+y=9k & x-z=k \\ y+z=8k & x+z=7k \text{ より } x=4k, z=3k \text{ したがって } y=5k \\ z+x=7k & x+k=y=5k \end{cases}$$

これを各式に代入すると $z=3k$

$$\frac{20k^2 + 15k^2 + 12k^2}{16k^2 + 9k^2 + 25k^2} = \frac{47k^2}{50k^2}$$

$$\therefore \frac{47}{50}$$