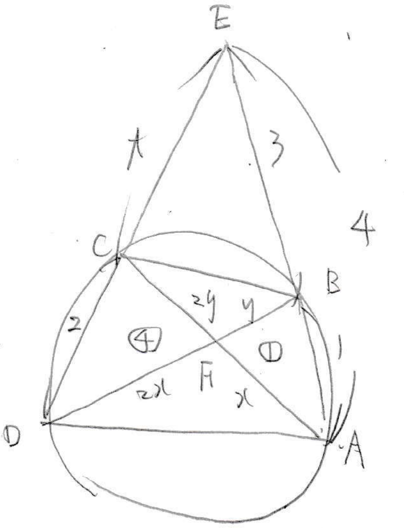
2013 名工大



△DCF：△ABF＝4：1であることから

△DCFと△ABFの相似比は2：1であることが分かる。（ちなみに△DCFと△ABFは2組の角が等しいので相似）

これより

(1)

FC＝2y，FD＝2x が分かる

(2). 方べきの定理より

EC×ED＝EB×EA が成り立つので

$t(t+2)=3\times4$

$t^2+2t-12=0$ $\quad t=-1\pm\sqrt{13}$ $\quad t>0$ より

$t=-1+\sqrt{13}$ //

(3)

△ECA∽△EBDより

EC：EB＝CA：BD が成り立つので

$t:3=(x+2y):(2x+y)$

$(-1+\sqrt{13}):3=(x+2y):(2x+y)$

$(-1+\sqrt{13})(2x+y)=3x+6y$

$(-2+2\sqrt{13})x+(-1+\sqrt{13})y=3x+6y$

$(-7+\sqrt{13})y=(5-2\sqrt{13})x$

$$\frac{y}{x}=\frac{(5-2\sqrt{13})(7+\sqrt{13})}{(-7+\sqrt{13})(7+\sqrt{13})}$$

$$=\frac{9-9\sqrt{13}}{13-49}$$

$$=\frac{\sqrt{13}-1}{4}$$

$$\therefore\ \frac{y}{x}=\frac{\sqrt{13}-1}{4}$$ //

(4)

△AED＝Sとおくと

$$\triangle ABF=S\times\frac{1}{4}\times\frac{y}{2x+y}$$

$$=S\times\frac{1}{4}\times\frac{\frac{y}{x}}{2+\frac{y}{x}}$$

$$=S\times\frac{1}{4}\times\frac{\frac{\sqrt{13}-1}{4}}{2+\frac{\sqrt{13}-1}{4}}\ \begin{matrix}\times4\\ \times4\end{matrix}$$

$$=\frac{\sqrt{13}-1}{4(7+\sqrt{13})}S$$

$$\frac{\triangle AED}{\triangle ABF}=\frac{S}{\frac{\sqrt{13}-1}{4(7+\sqrt{13})}S}=\frac{4(7+\sqrt{13})}{\sqrt{13}-1}$$

$$=\frac{4(7+\sqrt{13})(\sqrt{13}+1)}{(\sqrt{13}-1)(\sqrt{13}+1)}$$

$$=\frac{8\sqrt{13}+20}{3}$$

$$\frac{8\sqrt{13}+20}{3}$$ //