



絶対値2

$x$  の関数  $f(x) = |x - a^2 + 1| + |x + a|$  の最小値が5であるとき、実数  $a$  の値を求めよ。

$x = a^2 - 1, x = -a$  とし、小さい方を  $\alpha$ 、大きい方を  $\beta$  とすると

i)  $x \leq \alpha$  のとき

$$\begin{aligned} f(x) &= -x + a^2 - 1 - x - a \\ &= -2x + a^2 - a - 1 \end{aligned}$$

ii)  $\alpha \leq x \leq \beta$  のとき

$$\begin{aligned} f(x) &= -x + a^2 - 1 + x + a \\ &= a^2 + a - 1 \end{aligned}$$

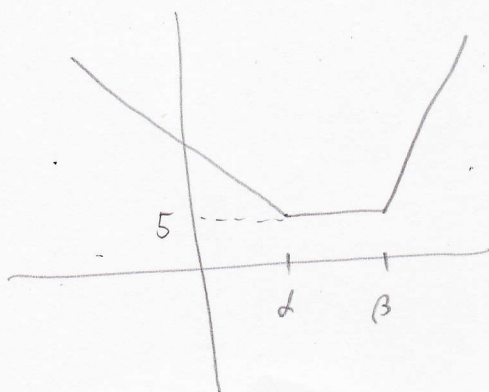
$$\begin{aligned} f(x) &= x - a^2 + 1 - x - a \\ &= -a^2 - a + 1 \\ &= -(a^2 + a - 1) \end{aligned}$$

ゆえに  $f(x) = |a^2 + a - 1|$

iii)  $x \geq \beta$  のとき

$$\begin{aligned} f(x) &= x - a^2 + 1 + x + a \\ &= 2x - a^2 + a + 1 \end{aligned}$$

i) ii) iii) のグラフは



つまり  $|a^2 + a - 1| = 5$

$\therefore a^2 + a - 1 = \pm 5$

$a^2 + a - 6 = 0$

$(a+3)(a-2) = 0 \quad a = -3, 2$

$a^2 + a + 4 = 0$

実数解はない

$\therefore a = -3, 2$

