zukeito8

✓

△ABC において,

$$\sin A : \sin B : \sin C = \sqrt{2} : \sqrt{5} : 1$$

が成り立つとき, $\angle B$ の大きさを求めよ。

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2k$$

$\sin A = \frac{a}{2R}$

$\sin B = \frac{b}{2R}$

$\sin C = \frac{c}{2R}$

$\sin A : \sin B : \sin C = \frac{a}{2k} : \frac{b}{2k} : \frac{c}{2k} = \sqrt{2} : \sqrt{5} : 1$

より

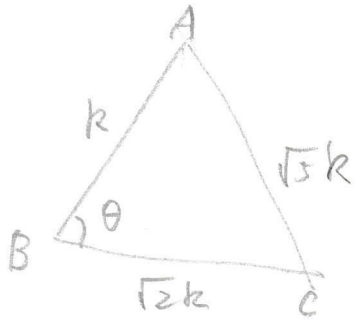
$a : b : c = \sqrt{2} : \sqrt{5} : 1$

となる

ここで

$a = \sqrt{2}k$, $b = \sqrt{5}k$, $c = k$ とおくと $(k \neq 0)$

余弦定理より $\angle B = \theta$ とすると



$$(\sqrt{5}k)^2 = k^2 + (\sqrt{2}k)^2 - 2 \cdot k \cdot \sqrt{2}k \cos\theta$$

$$5k^2 = k^2 + 2k^2 - 2\sqrt{2}k^2 \cos\theta$$

$$2\sqrt{2}k^2 \cos\theta = -2k^2$$

$$\cos\theta = -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$0° < \theta < 180°$ なので $\theta = 135°$

$\underline{135°}$