修　　belau 17

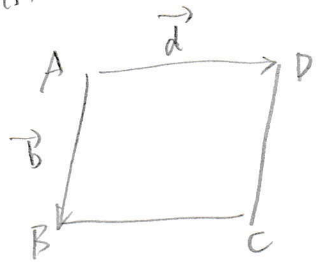
平行四辺形 ABCD において, $\overrightarrow{\mathrm{AB}}=\vec{b}$, $\overrightarrow{\mathrm{AD}}=\vec{d}$ とするとき, 次の問いに答えよ。

(1) $\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{DB}}$ をそれぞれ $\vec{b}$, $\vec{d}$ を用いて表せ。

(2) $\left|\overrightarrow{\mathrm{AC}}\right|^2$ を $\left|\vec{b}\right|$, $\left|\vec{d}\right|$, $\vec{b}\cdot\vec{d}$ を用いて表せ。

(3) AC=DB ならば AB⊥AD が成り立つことを, $\vec{b}$, $\vec{d}$ を用いて証明せよ。

修 (1)



$\overrightarrow{AC}=\vec{b}+\vec{d}$

$\overrightarrow{DB}=\vec{b}-\vec{d}$

(2) $|\overrightarrow{AC}|^2=|\vec{b}+\vec{d}|^2$ より

$|\overrightarrow{AC}|^2=|\vec{b}|^2+2\vec{b}\cdot\vec{d}+|\vec{d}|^2$

(3) $\overrightarrow{DB}=\vec{b}-\vec{d}$ より

$|\overrightarrow{AC}|^2=|\overrightarrow{DB}|^2$ として

$|\vec{b}+\vec{d}|^2=|\vec{b}-\vec{d}|^2$

$|\vec{b}|^2+2\vec{b}\cdot\vec{d}+|\vec{d}|^2=|\vec{b}|^2-2\vec{b}\cdot\vec{d}+|\vec{d}|^2$

$4\vec{b}\cdot\vec{d}=0$

よって $\vec{b}\cdot\vec{d}=0$ となり 内積が0で

あることから　$\overrightarrow{AB}\perp\overrightarrow{AD}$ なので

AB⊥AD である