

空間内に4点 O, A, B, C があり, $|\vec{OA}| = 1, |\vec{OB}| = \sqrt{2}, |\vec{OC}| = 1, \vec{OA} \cdot \vec{OB} = 1,$
 $\vec{OB} \cdot \vec{OC} = \frac{1}{3}, \vec{OC} \cdot \vec{OA} = k$ とする。点 A から直線 OB に下ろした垂線と直線 OB の
 交点を P とし, 点 C から直線 OB に下ろした垂線と直線 OB の交点を Q とする。

(1) $\vec{PA} = \square \vec{OA} + \frac{\square}{\square} \vec{OB}, \vec{QC} = \frac{\square}{\square} \vec{OB} + \square \vec{OC}, \frac{|\vec{QC}|}{|\vec{PA}|} = \frac{\sqrt{\square}}{\square}$
 である。

(2) \vec{PA} と \vec{QC} が直交するとき, $k = \frac{\square}{\square}$ である。

(3) 4点 O, A, B, C が同一平面上にあるとき,

$$k = \frac{\square}{\square} \left(1 \pm \sqrt{\square} \right)$$

である。

[上智大]