

四面体 OABC において

$$OA=1, OB=3, OC=2, \angle AOB = 90^\circ, \angle AOC = \angle BOC = 120^\circ$$

とする。  $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ ,  $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$  とおく, 次の問いに答えよ。

- (1) 平面 ABC 上に点 H をとり,  $s, t, u$  を実数として  $\overrightarrow{OH} = s\vec{a} + t\vec{b} + u\vec{c}$  とおく。このとき,  $s + t + u = 1$  となることを示せ。
- (2) (1) の  $\overrightarrow{OH}$  が平面 ABC に垂直であるとき,  $s, t, u$  の値をそれぞれ求めよ。
- (3) 平面 OAB 上に点 K をとり,  $\overrightarrow{CK}$  が平面 OAB に垂直であるとする。このとき,  $\overrightarrow{OK}$  を  $\vec{a}, \vec{b}$  で表し,  $\overrightarrow{CK}$  の大きさと四面体 OABC の体積を求めよ。

[長崎大]