

四面体 OABC において

$$OA=1, OB=3, OC=2, \angle AOB = 90^\circ, \angle AOC = \angle BOC = 120^\circ$$

とする。 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$ とおく, 次の問いに答えよ。

- (1) 平面 ABC 上に点 H をとり, s, t, u を実数として $\overrightarrow{OH} = s\vec{a} + t\vec{b} + u\vec{c}$ とおく。このとき, $s + t + u = 1$ となることを示せ。
- (2) (1) の \overrightarrow{OH} が平面 ABC に垂直であるとき, s, t, u の値をそれぞれ求めよ。
- (3) 平面 OAB 上に点 K をとり, \overrightarrow{CK} が平面 OAB に垂直であるとする。このとき, \overrightarrow{OK} を \vec{a}, \vec{b} で表し, \overrightarrow{CK} の大きさと四面体 OABC の体積を求めよ。

[長崎大]