



$K(0,0,2) \quad L(1,0,0)$

$\vec{LK} = (-1, 0, 2)$

$LK \parallel MN$ かつ

$\vec{LK} = \vec{MN}$

四面体 $KLMN$ は平行四面体かつ

N は FG を $1:2$ に内分する点

M は BF を $1:2$ に内分する点かつ

$M(3, 3, 1), N(2, 3, 3)$ かつ

$\vec{LM} = (2, 3, 1)$ かつ

$\vec{LK} \cdot \vec{LM} = -1 \cdot 2 + 0 \cdot 3 + 2 \cdot 1 = 0$ 四面体 $KLMN$ は長方形

$|\vec{LK}| = \sqrt{(-1)^2 + 2^2} = \sqrt{5}$ (2)

$|\vec{LM}| = \sqrt{2^2 + 3^2 + 1^2} = \sqrt{14}$ (11)

よって面積は $\sqrt{5} \times \sqrt{14} = \sqrt{70}$ (2)

(2) $\vec{OP} \cdot \vec{LK} = \vec{OP} \cdot \vec{LM} = 0$ かつ $\vec{OP} = (p, q, r), \vec{LK} = (-1, 0, 2), \vec{LM} = (2, 3, 1)$ かつ

$-p + 2r = 2p + 3q + r = 0$

$p = 2r$ かつ $4r + 3q + r = 0 \quad q = -\frac{5}{3}r \quad P(2r, -\frac{5}{3}r, r)$

$\vec{PL} = (1-2r, \frac{5}{3}r, -r) \quad \vec{OP} = (2r, -\frac{5}{3}r, r)$

$2r - 4r^2 - \frac{25}{9}r^2 - r^2 = 0$

$2r(35r - 9) = 0 \quad r = \frac{9}{35} \quad \vec{OP} = (\frac{18}{35}, -\frac{15}{35}, \frac{9}{35}) = \frac{3}{35}(6, -5, 3)$

よって $|\vec{OP}| = \frac{3}{35}\sqrt{70}$ (2)

三角錐 $OLMN \quad \frac{1}{3} \times \frac{\sqrt{70}}{2} \times \frac{3}{35}\sqrt{70} = 1$ (7)