



へー久松

ベクトル  $\vec{a} = (4, 0)$ ,  $\vec{b} = (\sqrt{3}, \sqrt{5})$  について,  $\vec{v} = \cos\theta\vec{a} + \sin\theta\vec{b}$  (ただし  $0 \leq \theta \leq 2\pi$ ) とおくとき,  $\vec{v}$  の長さの最大値, 最小値, またそのときの  $\theta$  の値を求めよ。 [日本女子大]

$$|\vec{v}|^2 = (\cos\theta\vec{a} + \sin\theta\vec{b})^2$$

$$= \cos^2\theta |\vec{a}|^2 + 2\sin\theta\cos\theta \vec{a} \cdot \vec{b} + \sin^2\theta |\vec{b}|^2$$

$$|\vec{a}| = 4 \quad |\vec{b}| = 2\sqrt{2} \quad \vec{a} \cdot \vec{b} = 4\sqrt{3} \quad \text{J4} - \cos\theta$$

$$|\vec{v}|^2 = 16\cos^2\theta + 8\sqrt{3}\sin\theta\cos\theta + 8\sin^2\theta$$

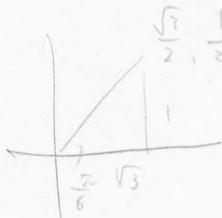
$$= 16 \frac{1+\cos 2\theta}{2} + 4\sqrt{3}\sin 2\theta + 8 \cdot \frac{1-\cos 2\theta}{2}$$

$$= 8 + 8\cos 2\theta + 4\sqrt{3}\sin 2\theta + 4 - 4\cos 2\theta$$

$$= 4\cos 2\theta + 4\sqrt{3}\sin 2\theta + 12$$

$$= 8 \left( \frac{1}{2}\cos 2\theta + \frac{\sqrt{3}}{2}\sin 2\theta \right) + 12$$

$$= 8 \left( \sin 2\theta + \frac{\pi}{6} \right) + 12 \quad \text{costの合成についてがつかう}$$



$$-1 \leq \sin(2\theta + \frac{\pi}{6}) \leq 1 \quad \frac{\pi}{6} \leq 2\theta + \frac{\pi}{6} \leq \frac{25}{6}\pi \quad \text{J4} + 12$$

$$2\theta + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2}, \frac{5}{2}\pi \quad \text{で最大値となる}$$

$$\therefore \theta = \frac{\pi}{6}, \frac{7}{6}\pi \quad \text{で最小値 } \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

$$2\theta + \frac{\pi}{6} = \frac{3}{2}\pi, \frac{1}{2}\pi \quad \text{で最小値}$$

$$\therefore \theta = \frac{2}{3}\pi, \frac{5}{3}\pi \quad \text{で最小値 } \sqrt{4} = 2$$

$$\begin{cases} \text{最大値 } 2\sqrt{5} \quad (\theta = \frac{3}{2}\pi, \frac{7}{6}\pi) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{最小値 } 2 \quad (\theta = \frac{2}{3}\pi, \frac{5}{3}\pi) \end{cases} \quad \text{数樂 } \text{http://www.mathtext.info/}$$

