

k は定数で、点 P は三角形 ABC と同じ平面にあって

$$3\vec{PA} + 4\vec{PB} + 5\vec{PC} = k\vec{BC}$$

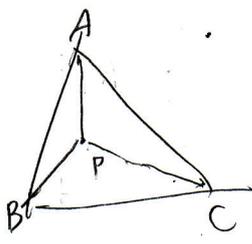
を満たしている。

(1) 点 P が辺 AB 上にあるとき、 $k = \square$ である。

(2) 点 P が三角形 ABC の内部にあるための条件は

$$\square < k < \square$$

(1) ベクトルの始点と B に変えればおなじも、右辺が $k\vec{BC}$ となる [神戸薬科大]



$$\begin{aligned} 3\vec{PA} + 4\vec{PB} + 5\vec{PC} \\ = 3(\vec{BA} - \vec{BP}) - 4\vec{BP} + 5(\vec{BC} - \vec{BP}) \end{aligned}$$

$$3\vec{BA} - 3\vec{BP} - 4\vec{BP} + 5\vec{BC} - 5\vec{BP} = k\vec{BC}$$

整理すると

$$-12\vec{BP} + 3\vec{BA} + (5-k)\vec{BC} = 0$$

\vec{BP} について解くと

$$\vec{BP} = \frac{1}{4}\vec{BA} + \frac{5-k}{12}\vec{BC}$$

P が AB 上にあることから $5-k=0 \quad \therefore k=5$

(2) 同様

$$\frac{1}{4} + \frac{5-k}{12} < 1 \quad \text{であることと} \quad \frac{5-k}{12} > 0 \quad \text{であることから条件}$$

$$3+5-k < 12$$

$$5-k > 0$$

$$-k < 4$$

$$k < 5$$

$$k > -4$$

よって $-4 < k < 5$